

VI. 341.1 107/1945

PRO

ATIONS UNIES  
PEMENT

7 1  
F A O 7 1

REPUBLIQUE LIBANAISE

MINISTERE DES RESSOURCES  
HYDRAULIQUES ET ELECTRIQUES

# PROJET DE DEVELOPPEMENT HYDRO-AGRICOLE

## REUNION DE TRAVAIL D'HYDROLOGIE

BEYROUTH, 21 - 26 JUIN 1971

Document  
pour la réunion de travail  
à Beyrouth, le 21-26 juin 1971

71FAO71-341.1

VII . 341.1  
71  
FAO 71

PROGRAMME DES NATIONS UNIES

POUR LE DEVELOPPEMENT

---

F.A.O.

REPUBLIQUE LIBANAISE

---

MINISTERE DES RESSOURCES

HYDRAULIQUES ET ELECTRIQUES

PROJET DE DEVELOPPEMENT HYDRO-AGRICOLE

---

RAPPORT

DE LA

REUNION DE TRAVAIL D'HYDROLOGIE

DU 21 AU 26 JUIN 1971

A BEYROUTH

SECRETARIAT TECHNIQUE

J.H. VISSER

Expert FAO en  
Aménagement des Eaux  
au Projet Liban 13

SOMMAIRE

Page

Introduction . . . . .	ii
Liste des participants . . . . .	iii
Programme de la réunion élargie . . . . .	v
Conclusions de la réunion et recommandations . . . . .	vi
<u>Première Partie</u> : Etudes hydrologiques effectuées par le Projet LIBAN 13 . . .	1
Avant-Propos . . . . .	4
Méthodes de génération des séries longues . . . . .	6
Méthodologie de l'ajustement des ressources en eau aux besoins . . . . .	17
Commentaires . . . . .	20
<u>Deuxième Partie</u> : Utilisation des modèles mathématiques dans les études hydrologiques . . . . .	24
Use of deterministic and stochastic models in hydrology . . . . .	26
Applications dans les Projets FAO . . . . .	34
Commentaires . . . . .	42

2 cartes

2 organigrammes des calculs

Annexe

## INTRODUCTION

Le Projet PNUD/FAO "Développement Hydro-agricole du Liban" (désigné par Projet Liban 13) a conduit en 1970-1971 une importante étude d'aménagement hydro-agricole dans la région de Koura-Zgharta, au Nord du Liban.

Les conditions particulières de cette étude ont conduit les hydrologues du Projet \* à utiliser des modèles stochastiques pour l'estimation des ressources en eau. Ces travaux nécessitant des techniques sophistiquées ont été conduites avec les conseils de M. Bernier, consultant du Projet.

Au terme des études, le Projet a demandé à O'Donnell, consultant en hydrologie, de bien vouloir donner son avis sur la méthode utilisée. Une réunion de travail a été organisée avec la participation de J. Bernier, R.T. Clarke et H.W. Underhill les 21, 22 et 23 juin 1971 à Beyrouth. La Première Partie de ce document présente le compte-rendu des discussions.

Pour élargir les résultats de cette discussion, la Division de la Mise en Valeur des Terres et des Eaux de la FAO, a invité plusieurs experts en hydrologie de la FAO à venir présenter les problèmes de même nature qu'ils avaient rencontré ailleurs et les méthodes d'étude utilisées. Une réunion élargie a été organisée les 24, 25 et 26 juin, à laquelle participaient, en plus des personnes ci-dessus, trois experts de la FAO et six ingénieurs libanais.

On trouvera, dans la Deuxième Partie de ce rapport, les comptes-rendus des exposés présentés par les participants.

Le caractère bilingue de la réunion est conservé dans ce rapport où chaque résumé est donné dans la langue utilisée pendant l'exposé, sauf pour l'exposé (en français) de M. Bernier sur les modèles stochastiques qui a été intégré (en anglais) avec l'exposé de M. O'Donnell dans un seul résumé (Chapitre 5).

---

\* MM. Visser (expert FAO), Arab (ingénieur libanais).

LISTE DES PARTICIPANTS

I. Discussions concernant les études du Projet Liban 13 (21-23 juin 1971)

- Consultants :

J. Bernier,            Chef de l'Equipe statistique au Laboratoire National d'Hydraulique à Chatou (France).

Professeur à l'Institut de Statistique des Universités de Paris

T. O'Donnell,        Reader in Engineering Hydrology; Department of Civil Engineering, Imperial College of Science and Technology, University of London.

- Observateurs :

H.W. Underhill,     Hydrologist of the Land and Water Development Division  
FAO - Rome

R.T. Clarke,         Head, Analytical Section  
Institute of Hydrology  
Wallingford (England)

- Projet Liban 13 :

J.H. Visser,         Expert-hydrologue FAO, responsable des études d'aménagement des eaux du Projet

C. Arab,             Ingénieur hydrologue de la contrepartie libanaise du Projet

A. Servais,         Expert-associé FAO

---

II. Réunion élargie (24-26 juin 1971)

J. Bernier

T. O'Donnell

H.W. Underhill

R.T. Clarke

- Experts FAO :

B. Samuelson, Hydrologue FAO, Projet de Crête  
N. Trac, Hydrogéologue FAO, Projet Espagne 13  
J. Pike, Project-Manager FAO, Projet Botswana

- Ingénieurs libanais :

A. Daouk, Chef du Service Hydrologique à l'Office National du Litani  
E. Saliba, Ingénieur au Ministère des Ressources Hydrauliques et  
Electriques  
M. Baroudi, Ingénieur hydrométriste au Ministère des Ressources Hydrauliques et Electriques  
M. Mansour, Ingénieur au Centre d'Information du Conseil National de la Recherche Scientifique

- Projet Liban 13 :

J.P. Villaret, Project-Manager FAO  
J.H. Visser, Expert FAO  
C. Arab, Ingénieur de la contrepartie libanaise  
N. Naja, Ingénieur de la contrepartie libanaise  
A. Servais, Expert-associé FAO.

M.Mohammed Fawaz, Directeur Général du Ministère des Ressources Hydrauliques et Electriques a bien voulu assister à l'ouverture de la Réunion, marquant ainsi l'intérêt qu'il a constamment attaché aux travaux du Projet.

PROGRAMME DE LA REUNION ELARGIE

- Jeudi 24 juin
- 8.30 Ouverture de la réunion, J.P. Villaret (en français)
  - 8.45 Introduction technique, H.W. Underhill (en anglais)
  - 9.00 Exposé sur l'application des méthodes stochastiques dans le domaine de l'hydrologie, J. Bernier (en français)
  - 9.45 Exposé sur l'application des modèles déterministes dans le domaine de l'hydrologie, T. O'Donnell (en anglais)
  - 10.30 Discussion générale
  - 11.30 Exposé sur les problèmes hydrologiques rencontrés dans divers Projets de la FAO, H.W. Underhill, (en anglais)
  - 11.45 Discussion
  - 12.30 Lunch
  - 13.30 Exposé sur la méthodologie des calculs de l'ajustement des Ressources en eau aux Besoins appliquée au Projet Liban 13, J.H. Visser (en anglais)
  - 14.00 Discussions
- Vendredi 25 juin
- 8.45 Exposé sur les méthodes utilisées par le Projet d'Espagne, N. Trac (en français)
  - 9.30 Discussion
  - 10.00 Exposé sur les méthodes utilisées par les Projets de Crête et de Chypre, B. Samuelson (en anglais)
  - 10.45 Discussion
  - 11.15 Exposé sur les méthodes utilisées par le Projet au Botswana, J. Pike (en anglais)
  - 12.00 Discussion
  - 12.30 Lunch
  - 13.30 Discussion générale
  - 15.00 Conclusions et remerciements, J.P. Villaret (en français)
- Samedi 26 juin
- 8.00 Visite sur le terrain dans la zone du Projet (Liban-Nord).

CONCLUSIONS DE LA REUNION ET RECOMMANDATIONS

- 1 - Les méthodes stochastiques, utilisées par le Projet LEB 13, de préférence aux méthodes déterministes, ont été appliquées correctement et ont permis notamment d'améliorer l'estimation du fonctionnement du système hydraulique projeté. Plus particulièrement, la génération simultanée et en phase des apports hydrologiques et besoins en eau du projet d'irrigation marque une innovation substantielle.
- 2 - D'une façon générale les méthodes stochastiques et déterministes permettent une meilleure utilisation de l'information disponible et devraient avoir une place importante dans les études hydrologiques des projets FAO.
- 3 - Les modèles stochastiques sont, en général, mieux adaptés aux études d'aménagement hydraulique abordées dans les projets FAO. Les modèles déterministes restent applicables soit aux études particulières (prévision de crues par exemple), soit lorsque l'information hydrologique est très faible.
- 4 - Ces méthodes exigent, bien entendu, une bonne qualité des données de base, notamment là où il y a peu d'informations disponibles. Il faut par conséquent souligner l'importance des mesures hydrométriques et leur donner l'attention qu'elles méritent.
- 5 - Une étroite collaboration entre consultant et membres du Projet permet la participation et le perfectionnement intensifs des ingénieurs du pays. Chaque fois que cela est possible, cette collaboration est préférable à la solution consistant à sous-traiter la totalité de ce type d'études à l'étranger.
- 6 - Les méthodes utilisées au Liban ont démontré leur validité pour le problème particulier qui était posé mais la diversité des problèmes rencontrés dans d'autres projets limite leur généralisation.
- 7 - Cette diversité des problèmes souligne l'importance de la mission confiée par la FAO à M. Clarke pour l'établissement d'un guide pour l'utilisation de ces méthodes dans les projets hydroagricoles de la FAO.



PREMIERE PARTIE

---

ETUDES HYDROLOGIQUES EFFECTUEES

PAR LE PROJET LIBAN 13

par

J.H. VISSER

avec

commentaires de

T. O'DONNELL

RESUME DE LA PREMIERE PARTIE

Plusieurs modèles stochastiques ont été développés puis intensivement utilisés par le Projet Liban 13 dans le cadre des études d'aménagement des eaux.

Ces modèles permettent la génération simultanée des séries longues d'apports et de besoins en eau d'irrigation à partir des séries courtes d'observation. L'innovation introduite par cette méthode réside dans la mise en phase de ces deux séries, garantissant qu'une année sèche se caractérise par des apports faibles et une demande d'eau élevée, ceci permet l'utilisation parallèle de telles séries dans les calculs d'ajustement des ressources en eau aux besoins.

Ces séries générées d'apport et de besoins en eau d'irrigation ont servi comme données d'entrée d'un modèle déterministe de simulation de la gestion d'un barrage-réservoir pour l'évaluation plus précise, en terme de probabilité de défaillance, de la garantie qu'apporterait à un projet d'irrigation la régularisation des apports naturels par ce réservoir.

Cette méthodologie a permis également une meilleure précision des calculs d'évaluation économique des projets étudiés.

La totalité des modèles développés par le Projet Liban 13 a été établie en langage Fortran IV pour ordinateur IBM 1130 (16 K). Un raccordement de ces programmes a été fait de telle façon que les programmes IBM peuvent être utilisés soit séparément soit tous en chaîne. Dans ce dernier cas, le temps d'ordinateur est une heure de calcul par solution.

PREMIERE PARTIE : ETUDES HYDROLOGIQUES EFFECTUEES PAR LE PROJET LIBAN 13

SOMMAIRE

Chapitre 1 : Avant-Propos

Chapitre 2 : Méthodes de génération des séries longues de pluie, de débit et de température

Chapitre 3 : Méthodologie de l'ajustement des ressources en eau aux besoins comme appliquée au Liban par le Projet Liban 13

Chapitre 4 : Commentaires sur l'étude décrite dans les Chapitres 1, 2 et 3.

Figure 1 : Carte générale du Liban

Figure 2 : Situation des stations hydrométriques et pluviométriques au Nord du Liban

Figure 3 : Schéma de la méthodologie de l'ajustement des ressources en eau aux besoins telle qu'appliquée au Liban

Figure 4 : Schéma du calcul du taux de rentabilité du Projet.

## CHAPITRE 1

### AVANT-PROPOS

#### Présentation du Projet

L'information hydro-climatique disponible dans la zone du Projet se base principalement sur :

- deux séries d'apports de 14 ans,
- treize séries d'apport avec 3 à 5 ans de mesures
- plusieurs séries d'observations pluviométriques d'environ 30 ans
- quelques séries d'observations thermométriques de 15 ans environ.

La corrélation pluie et apport est bonne au niveau annuel, mais très faible au niveau mensuel (dû à la présence de neige et/ou de sources karstiques). Ceci empêche l'extension des séries courtes d'apport mensuel à partir des séries plus longues de pluie ou d'autres variables.

D'un autre côté, la définition, en terme de probabilité de défaillance, de la garantie qu'apporterait à un projet d'irrigation un barrage-réservoir de régularisation des apports naturels, demande des séries longues d'apports hydrologiques mensuels de l'ordre de 100 ans ou plus. Ce type d'information n'était donc pas disponible et ne pouvait non plus être produit par une méthode de corrélation simple pluie-débit à cause du faible degré de corrélation indiqué ci-dessus. Il fallait donc chercher d'autres techniques d'étude.

Des modèles mathématiques (déterministes ou stochastiques) ont été développés pour répondre à ce type de problèmes : les modèles déterministes, qui simulent le transfert pluie-débit d'écoulement d'un bassin-versant, donnent des séries d'apports ayant la même longueur que la série historique de la pluie, utilisée pour ce transfert :

Les modèles stochastiques, par contre, utilisent les caractéristiques statistiques soit d'une seule variable (apport journalier, mensuel ou annuel par exemple) soit de plusieurs variables (pluie et apport annuel par exemple), pour la génération des séries longues d'apports.

Une utilisation mixte d'un modèle déterministe avec un "input" stochastique pour obtenir des séries longues d'apport peut être considérée en principe, mais n'est pas encore possible, étant donné qu'un modèle générateur de la pluie journalière n'est pas encore disponible.

L'avantage de l'utilisation d'un "input stochastique" réside dans la possibilité de pouvoir choisir à volonté la longueur de la série tandis que l'utilisation d'une série historique de pluie ne permet pas d'obtenir une série d'apport dont la longueur dépasse celle de la série d'entrée.

La garantie qu'apporterait un barrage-réservoir à un projet d'irrigation dépend fortement de la variabilité des apports hydrologiques, soit des écarts-types des apports mensuels et annuels. Les méthodes stochastiques permettent l'amélioration de l'estimation des écarts-types sur les séries courtes par l'utilisation de l'information apportée par des séries plus longues, qui leur sont liées de façon probabiliste. Ces méthodes s'appliquent aussi aux moyennes.

C'est pour toutes ces raisons que le Projet Liban 13 a préféré l'application des méthodes stochastiques et a mis au point un nombre considérable de ces modèles dans le domaine de l'aménagement des eaux, chacun répondant aux particularités libanaises au point de vue climat, hydrologie, données disponibles, etc...

Ces méthodes utilisent les corrélations entre les débits de stations de régime semblables; elles peuvent notamment s'appliquer aux séries desaisonnalisées dans lesquelles l'influence de la saison a été éliminée. En dehors des paramètres, moyennes, écarts-types, etc..., ces méthodes doivent également prendre en compte, au niveau mensuel notamment, la corrélation sérielle qui caractérise l'interdépendance des valeurs d'une même série ou, en d'autres termes, la structure stochastique de la séquence des événements dans une série.

Les paramètres du modèle stochastique ayant été ainsi estimés avec plus de précision, le calcul de la garantie assurée par un barrage-réservoir peut être effectué en constituant des séries "fictives" d'apports hydrologiques dont la longueur peut être choisie à volonté en fonction de la précision attendue pour le résultat.

Une application de ces méthodes stochastiques, permettant de générer des séries longues d'apports, est traitée dans le chapitre 2 ci-après.

L'application des séries générées d'apport et de demande au calcul de simulation de la gestion d'un réservoir (de surface ou souterrain) nous a obligé à générer parallèlement des séries longues de la pluie et de la température, permettant de calculer des séries longues des besoins en eau d'irrigation qui sont en phase avec les apports hydrologiques.

Pour éviter la génération des séries de débit, de pluie et de température, qui n'auraient aucune corrélation entre elles, une mise en phase de ces trois variables a été nécessaire, suivant la méthode exposée dans le chapitre 2.

Pour le calcul des besoins en eau de la plante, on a utilisé la formule de Blaney-Criddle, étant donné qu'il n'y avait pas encore assez de données pour une application de la théorie de Penman. Mais du point de vue méthodologie il n'y a aucune objection à remplacer l'utilisation de la formule de Blaney-Criddle par celle de Penman.

La méthodologie complète de l'ajustement des ressources en eau aux besoins, telle qu'appliquée au Liban Nord, est donnée schématiquement dans l'organigramme des calculs ci-joint (Figure 1) et est discutée plus en détail dans le chapitre 3 ci-après.

## CHAPITRE 2

### METHODES DE GENERATION DES SERIES LONGUES

#### DE PLUIE, DE DEBIT ET DE TEMPERATURE

##### 2.1 - Introduction

Les méthodes de génération des séries longues de différentes variables, qui sont mutuellement en phase, décrites dans ce chapitre, ont été proposées par M. J. Bernier, Ingénieur au Département du Laboratoire National d'Hydraulique à Chatou (France) et consultant du Projet Liban 13 dans le domaine de l'hydrologie stochastique.

L'adaptation de ces méthodes aux problèmes posés ainsi que la méthodologie générale a été mise au point par M. J.H. Visser, hydrologue du Projet Liban 13, ce qui a permis à M. I.M. Goodwill, consultant du Projet en matière d'informatique, l'établissement d'un programme en langage Fortran IV pour l'ordinateur IBM 1130 (16 K) du Centre de calcul scientifique du Conseil National de la Recherche Scientifique du Liban.

##### 2.2 - Généralités

Les séries historiques d'apports hydrologiques disponibles au Liban Nord sont trop courtes pour les calculs de simulation de la gestion d'un réservoir. En considérant cependant une telle série comme un échantillon d'une population infinie d'apports, ses caractéristiques statistiques peuvent servir pour l'établissement d'un modèle de génération d'autres échantillons d'apports qui ressemblent fortement à la série historique et représentent, eux aussi, la population. Ces séries générées peuvent ensuite servir comme données d'entrée pour une simulation de la gestion d'un réservoir.

Les modèles stochastiques décrits ci-après dans ce chapitre tiennent compte des particularités libanaises (climat, hydrologie, données disponibles, etc..) ainsi que des objectifs de l'étude, notamment fournir des données d'entrée pour les calculs de simulation ; ceci explique que l'on ait adopté des valeurs mensuelles pour le (ou les) variable (s) générée (s).

Les éléments qui ont influencé le choix des modèles sont :

1) Les caractéristiques des données disponibles :

- a) Présence de plusieurs séries de pluie d'environ 30 années d'observations.
- b) Présence de quelques séries d'environ 15 années d'observations thermométriques.

(a) et b) permettent l'application de la formule de Blaney-Criddle pour le calcul des besoins en eau).

- c) Présence de deux séries de débit de 12 années d'observations.
- d) Présence de plusieurs séries de débit n'ayant que 3 à 5 années d'observations.
- e) Absence d'une forte corrélation entre apports et pluies mensuels.

- f) Bonne corrélation entre apports et pluies annuels.
  - g) Régime pérenne des fleuves donnant des séries continues de débits mensuels.
- 2) Les exigences posées par la méthode suivie pour l'ajustement des ressources en eau aux besoins :
- a) Les séries d'apports et de demandes doivent être en phase, donc suivre des régimes semblables (année sèche : apports faibles et besoins élevés, année humide : apports élevés avec besoins faibles).
  - b) La mise en phase des apports et des besoins nécessite la mise en phase des séries générées de pluie, de débit et de température.

Les séries d'apports, n'ayant que trois à cinq années d'observations, ne sont utilisables qu'après une désaisonnalisation des variables, aboutissant à une seule série de données dans laquelle les mois sont mélangés et ne se distinguent plus. Pour cette désaisonnalisation, deux techniques sont appliquées dont la justification se base sur la forme de l'hydrogramme "moyen" des fleuves. Les meilleurs résultats de cette désaisonnalisation au Liban Nord ont été obtenus avec l'équation (13) (voir ci-après) qui utilise les moyennes mensuelles des apports des fleuves.

Pour que la distribution de toutes les variables étudiées soit du type "normal", les substitutions suivantes sont nécessaires :

- le logarithme naturel des apports au lieu des apports (mensuels et annuels),
- la racine carrée de pluie au lieu de la pluie (mensuelle et annuelle).

La température est prise directement sans transformation.

Les restrictions citées ci-dessus conduisent à l'application de cinq types de modèle de génération :

- 1) un modèle simple pour la pluie mensuelle, vu l'absence d'autocorrélation (persistance) entre pluies mensuelles. Ce modèle n'utilise que la moyenne et la variance de la série historique et des nombres aléatoires fournis par un générateur des chiffres aléatoires; eq (1)
- 2) un modèle mixte d'autorégression et de régression linéaire de la température mensuelle par rapport à la pluie mensuelle et un générateur des nombres aléatoires; eq (2)
- 3) un modèle de régression simple de l'apport annuel par rapport à la pluie annuelle avec générateur des nombres aléatoires (pour les stations ayant au moins 10 années d'observations); eq (9)
- 4) un modèle d'autorégression de l'apport mensuel, en utilisant la relation qui existe entre celui-ci et l'apport annuel, plus générateur des nombres aléatoires (pour les stations ayant au moins 10 années d'observations); eq (11)

./.

5) un modèle mixte d'autorégression d'une variable désaisonnalisée et de régression par rapport à la même variable d'une autre station pour l'apport mensuel d'une station ayant moins de 10 années d'observations. Ce modèle inclut aussi un générateur des nombres aléatoires.

### 2.3 - Moyens de contrôle des résultats

Les moyens de contrôle des séries générées obtenues sont principalement:

- les moments statistiques : moyenne, variance et coefficient de variation,
- les périodicités.

### 2.4 - Génération des pluies mensuelles

Hypothèse : Une distribution normale de  $\sqrt{P_t}$  ( $P_t$  = pluie mensuelle).

L'analyse statistique des séries historiques de pluie mensuelle donne les valeurs de  $m_t$  = moyenne des  $\sqrt{P_t}$  du mois t (12 valeurs) et de  $S_t^2$  = variance des  $\sqrt{P_t}$  du mois t (12 valeurs).

Modèle de génération :

$$\sqrt{P_t} = m_t + S_t \cdot u_p \quad (\sqrt{P_t} = 0 \text{ pour } P_t = 0) \quad \text{eq (1)}$$

où :  $u_p$  est la variable normale centrée réduite avec

moyenne  $\bar{u}_p = 0$  et variance  $S^2(u_p) = 1$

La racine carrée de la pluie du mois t dépend donc de  $m_t$ ,  $S_t$  et  $u_p$ .

### 2.5 - Génération des températures moyennes mensuelles

Hypothèse : Distribution normale de  $T_t$  ( $T_t$  = température moyenne mensuelle)

Le modèle de génération, utilisant la corrélation de la température avec la pluie, s'écrit comme suit :

$$T_{t,i} = M_t + \alpha_{1,t} (T_{t-1,i-1} - M_{t-1}) + \alpha_{2,t} (\sqrt{P_{t,i}} - m_t) + \sqrt{v_t} \cdot u_T \quad \text{eq (2)}$$

avec  $T_{t,i}$  = température moyenne mensuelle du mois t, i (t de 1 à 12 et i indiquant le i-ème année de la série générée.

$M_t$  = moyenne des températures moyennes mensuelles du mois t (12 valeurs). Cette moyenne est calculée sur la période historique.



$\sqrt{P_{t,i}}$  = racine carrée de la pluie mensuelle du mois t,i

$m_t$  = moyenne de la racine carrée de la pluie mensuelle du mois t

$u_T$  = variable normale centrée réduite avec  $\bar{u}_T = 0$  et  $S^2(u_T) = 1$

$v_t$  = variance des résidus de  $T_t$  du mois t, calculée sur la période historique.

Pour la première valeur de  $T_{t-1}$  on utilise la formule marginale de  $T_t$  :  $T_t = M_t + S(T_t) \cdot u'$  ; avec  $M_t$  et  $S(T_t)$  connus et un seul tirage pour la variable normale centrée réduite de  $u'$  une valeur de  $T_t = T_{t-1}$  peut être fixée.

Pour la détermination des valeurs de  $\alpha_{1,t}$  et  $\alpha_{2,t}$  (ces deux coefficients en couple pour chaque mois) l'équation (2) peut s'écrire :

$$T_t = M_t - \alpha_{1,t} \cdot M_{t-1} - \alpha_{2,t} \cdot m_t + \alpha_{1,t} \cdot T_{t-1} + \alpha_{2,t} \sqrt{P_t} \quad \text{eq (3)}$$

ou, en négligeant d'abord le terme  $\sqrt{v_t} \cdot u_T$  de l'équation 2 :

$$T_t = B_1 + B_2 \cdot T_{t-1} + B_3 \cdot \sqrt{P_t} \quad \text{eq (4)}$$

ce qui donne la relation de la régression linéaire de trois variables :  $T_t$  = variable dépendante,  $T_{t-1}$  et  $\sqrt{P_t}$  variables indépendantes. (voir : Ven te Chow, Applied Hydrology, page 8-60). Les résidus de  $T_t$ , ou la différence entre la valeur observée  $T_t'$  et la valeur estimée  $T_t$  avec l'équation (2), sont :

$$\Delta T = T_t' - T_t = T_t' - B_1 - B_2 \cdot T_{t-1} - B_3 \cdot \sqrt{P_t}$$

Avec la méthode des moindres carrés pour minimaliser  $(\Delta T)^2$  trois équations en  $B_1$ ,  $B_2$  et  $B_3$  peuvent être établies :

$$B_2 (\Sigma T_{t-1}^2 - n \cdot M_{t-1}^2) + B_3 (\Sigma T_{t-1} \cdot \sqrt{P_t} - n \cdot M_{t-1} \cdot m_t) = \Sigma T_t \cdot T_{t-1} - n \cdot M_t \cdot M_{t-1} \quad \text{eq (5)}$$

$$B_2 (\Sigma T_{t-1} \cdot \sqrt{P_t} - n \cdot M_{t-1} \cdot m_t) + B_3 (\Sigma (\sqrt{P_t})^2 - n \cdot m_t^2) = \Sigma T_t \cdot \sqrt{P_t} - n \cdot M_t \cdot m_t \quad \text{eq (6)}$$

$$B_1 = M_t - B_2 \cdot M_{t-1} - B_3 \cdot m_t \quad \text{eq (7)}$$

où n est le nombre d'années d'observations de la température (environ 25 années au Liban Nord)

$m_t$  est la moyenne des  $\sqrt{P_t}$  du mois t (même station que sous § 2.4)

$M_t$  est la moyenne des T du mois t

$M_{t-1}$  est la moyenne des T du mois (t-1)

L'application des équations (5), (6) et (7) donne mois par mois les valeurs mensuelles en couple de  $B_2$  (=  $\alpha_{1,t}$ ) et de  $B_3$  (=  $\alpha_{2,t}$ ).

./.

Il reste encore à calculer l'écart-type  $\sqrt{v_t}$  du dernier terme de l'équation (2) (d'abord négligé) en corrigeant pour le biais ; Ven te Chow (Applied Hydrology, page 8-61) donne l'équation :

$$\sqrt{v_t} = \sqrt{\frac{1}{n-3} \left[ \Sigma T_t^{2-n} \cdot M_t^2 - B_2 (\Sigma T_t \cdot T_{t-1}^{-n} \cdot M_t \cdot M_{t-1}) - B_3 (\Sigma T_t \cdot \sqrt{P_t}^{-n} \cdot M_t \cdot m_t) \right]} \quad \text{eq (8)}$$

Les valeurs de  $B_2$  et  $B_3$  sont déjà calculées ci-dessus.

L'application de (8) fournit 12 valeurs de  $\sqrt{v_t}$  (pour chaque mois)

Une fois connus mois par mois tous les coefficients du modèle de génération de température moyenne mensuelle, une série peut être générée qui est en phase, au niveau mensuel, avec la pluie.

## 2.6 - Génération des débits mensuels des stations ayant au moins 10 années d'observations

Le faible degré de corrélation trouvé entre débits et pluies mensuels, dû au phénomène de neige et/ou des sources, amène à corrélérer d'abord les débits annuels (p.e. de la station de jaugeages Kousba sur le fleuve Abou Aali : 14 valeurs) et les pluies annuelles (celles de la même station utilisée sous § 2.4) avec l'équation (9) : (avec l'hypothèse d'une distribution normale de  $\log Q_a$ )

$$\log_e Q_a = M_a + \alpha (\sqrt{P_a} - m_a) + \sqrt{v_a} \cdot u_a \quad \text{eq (9)}$$

avec  $M_a^{(1)}$  : moyenne des logarithmes du débit annuel  $Q_a$   
(14 valeurs de  $Q_a$  pour Kousba)

$P_a$  : pluie annuelle (pour la station Abou Aali : 32 années)

$m_a$  : moyenne des  $\sqrt{P_a}$

$$\alpha : \alpha = r_a \frac{S(\log Q_a)}{S(\sqrt{P_a})}$$

où :  $S(\log Q_a)$  est l'écart-type des  $\log Q_a$

$S(\sqrt{P_a})$  est l'écart-type des  $\sqrt{P_a}$

$r_a$  est le coefficient de corrélation simple des séries de  $\log Q_a$  et de  $\sqrt{P_a}$  avec :

$$r_a = \frac{\Sigma (\log Q_a - M_a) (\sqrt{P_a} - m_a)}{n \cdot S(\log Q_a) \cdot S(\sqrt{P_a})} \quad \text{eq (10)}$$

$n$  est le nombre d'années d'observations de la station hydrométrique (p.e. 14 pour Kousba), les séries pluviométriques étant toujours les plus longues

(1) Voir même remarque que  $\sqrt{v_a}^{(1)}$  page suivante.

$$\sqrt{v_a}^{(1)} : \sqrt{v_a} = S(\log Q_a) \sqrt{(1-r_a^2) \frac{n}{n-2}}$$

$v_a$  : variance des résidus  $u_a$  de  $\log Q_a$

$u_a$  : variable normale centrée réduite

---

(1) Remarque : Une correction est normalement à faire pour l'estimation de  $M_a$  et de la variance  $S^2(\log Q_a)$  pour le cas où l'information contenue dans la série plus longue de la pluie (32 années d'observations pour la station d'Abou Aali par exemple) n'est pas représentative pour la série d'une station ayant une série courte d'observations.

Soit :  $M_a'$  moyenne des  $\log Q_a$  sur 32 ans

$S^2(\log Q_a)$  variance des  $\log Q_a$  sur 32 ans

$m_a'$  moyenne des  $\sqrt{P_a}$  sur 14 ans

$S^2(\sqrt{P_a})$  variance des  $\sqrt{P_a}$  sur 14 ans

La correction se fait avec les formules : (pour  $r_a^2 > \frac{1}{n-2}$ )

$$M_a' = M_a - r_a \frac{S(\log Q_a)}{S(\sqrt{P_a})} (m_a - m_a') \quad \text{eq (9^a)}$$

$$S^2(\log Q_a) = S^2(\log Q_a) - r_a^2 \frac{S^2(\log Q_a)}{S^2(\sqrt{P_a})} (S^2(\sqrt{P_a}) - S^2(\sqrt{P_a})) \quad \text{eq (9^b)}$$

$$\sqrt{v_a} = S'(\log Q_a) \quad \text{eq (9^c)}$$

(Cette correction n'est pas appliquée aux séries du Liban Nord vu son influence négligeable sur les résultats).

---

Tous les coefficients de l'équation (9) étant connus, des séries longues des logarithmes du débit annuel  $Q_a$  peuvent être générées qui sont donc en phase avec les pluies annuelles.

Les  $\log Q_a$ , ainsi générés, sont introduits ensuite dans l'équation (11) pour la génération de la variable  $z_{t,i} = \log Q_{t,i} - \log Q_a$

$$z_{t,i} = M_{z_t} + r_t \frac{S(z_t)}{S(z_{t-1})} (z_{t-1} - M_{z_{t-1}}) + \sqrt{v_t} \cdot u_m \quad \text{eq (11)}$$

avec :  $z_{t,i} = \log Q_{t,i} - \log Q_a$

$$M_{z_t} \quad \text{est la moyenne de } z_t \text{ du mois } t : (M_{z_t} = \frac{\sum z_t}{n}) \quad \text{eq (11}^a)$$

$$S^2(z_t) \text{ est la variance de } z \text{ du mois } t : (S_{z_t}^2 = \frac{S(z_t - M_{z_t})^2}{n}) \quad \text{eq (11}^b)$$

$r_t$  est le coefficient de corrélation simple des séries de  $z_t$  et de  $z_{t-1}$

$$\text{avec } r_t = \frac{\sum (z_t - M_{z_t})(z_{t-1} - M_{z_{t-1}})}{n \cdot S(z_t) \cdot S(z_{t-1})} \quad \text{eq (11}^c)$$

$n$  = nombre d'années d'observations : pour Kousba  $n = 14$

$u_m$  = variable normale centrée réduite.

$v_t$  est la variance du résidu  $u_m$  avec une valeur de  $v_t$  pour

$$\text{chaque mois : } v_t = \frac{n}{n-2} \cdot S^2(z_t) \cdot (1-r_t^2) \quad \text{eq (11}^d)$$

L'application de l'équation (11) donne donc des séries de  $Q_t$ , suivant la transformation

$$Q_{t,i} = Q_a \cdot e^{z_{t,i}} \text{ (si la base est } \log e), \quad \text{eq (11}^e)$$

pour chaque mois. Les sommes annuelles de ces  $Q_t$  doivent être égales aux valeurs des  $Q_a$ , générés avec l'équation (9), ce qui n'est pas le cas en général.

Donc la correction suivante est à faire pour les  $Q_t$  générés :

$$Q'_{t,i} = \frac{Q_a}{Q_a'} \cdot Q_{t,i} \quad \text{eq (11}^f)$$

./.

avec  $Q'_{t,i}$  : valeur finale du débit mensuel

$Q_a$  : valeur du débit annuel générée avec eq (9)

$Q'_a$  : somme annuelle des débits mensuels de l'eq (11)

$Q_{t,i}$  : valeur du débit mensuel, générée avec (11)

De cette procédure résultent finalement des séries générées des débits (ou des volumes) mensuels, qui sont en phase au niveau annuel avec les pluies, qui, elles, sont à leur tour en phase, au niveau mensuel avec les températures moyennes mensuelles.

## 2.7 - Génération des débits mensuels des stations ayant moins de 10 années d'observations

Les équations (9) et (11) ne peuvent pas être utilisées dans ce cas, parce que les séries très courtes ne permettent pas de calculer, avec une précision suffisante, mois par mois, la moyenne, la variance et la corrélation simple.

Pour éviter cette difficulté, une homogénéisation (ou désaisonnalisation) de la variable  $Q_t$  doit être appliquée, qui permet de calculer une série de  $Y_t$  (pour quatre années d'observations par exemple, soit 48 valeurs de  $Y_t$ ), selon une des deux transformations suivantes :

$$Y_t = \log Q_t - a \cos \left( \frac{2\pi t}{12} + \phi \right) \quad \text{eq (12)}$$

ou 
$$Y_t = \log Q_t - \log \bar{Q}_t \quad \text{eq (13)}$$

eq (12) : 
$$Y_t = \log Q_{t,i} - a \cos \left( \frac{2\pi t}{12} + \phi \right) \text{ origine au mois de novembre}$$

où  $Q_t$  est le débit mensuel du mois  $t$

$\phi$  est la phase déterminée de façon à retrouver le débit moyen maximum au mois voulu, ce qui détermine donc également le mois du minimum, soit six mois avant le mois du maximum.

$a$  est l'amplitude des débits logarithmiques, déterminée de façon à retrouver le rapport adéquat entre les débits moyens mensuels maximal et minimal

eq (13) : 
$$Y_t = \log Q_t - \log \bar{Q}_t \quad \text{où } \log \bar{Q}_t \text{ est le logarithme de la moyenne des débits du mois } t.$$

./.

Le choix de la transformation dépend de la forme de l'hydrogramme.

Pour les séries de données des stations hydrométriques du Liban-Nord, les deux équations ont été appliquées concurremment (sauf par exemple Tirane sur Bared et Aarida sur Kébir dont les débits moyens mensuels ne suivent certainement pas une sinusoïde). Les meilleurs résultats au Liban-Nord ont été obtenus avec l'équation (13).

Chacune de ces équations fait sortir une série de  $Y_t$  mélangeant les mois, mais qui permet de calculer la moyenne  $M_y$  de  $Y_t$ , la variance  $S_y^2$  de  $Y_t$  et la corrélation sérielle  $r_y$  donnant une seule valeur de  $M_y$ ,  $S_y$  et  $r_y$  pour cette série de  $Y_t$ .

Seule la valeur de  $M_y$  sera directement introduite dans l'équation (14) qui suit,  $S_y$  et  $r_y$  sont indirectement inclus dans les coefficients  $\alpha_{i,t}$ .

Pour permettre d'utiliser l'information contenue dans une série plus longue (par exemple : dans notre cas la série de 14 années d'observations de débit à Kousba), la même désaisonnalisation est appliquée à cette série longue d'où résulte une série de  $X_t$

Les valeurs des coefficients de corrélation sont ensuite calculées entre  $X_t$  et  $Y_t$  (ou  $X_{t+1}$  et  $Y_{t+1}$ ) et entre  $Y_{t+1}$  et  $X_t$ ,  $Y_{t+1}$  et  $X_{t-1}$  et éventuellement entre  $Y_{t+1}$  et  $X_{t-2}$ . La valeur la plus élevée du coefficient permet de choisir le décalage entre les deux séries (soit 0, 1, 2 ou 3 mois entre le  $Y$  et le  $X$ ).

Pour une station donnée et en considérant les débits mensuels d'une autre station, le modèle de génération des  $Y_t$  peut être de la forme de :

$$Y_{t+1} = M_{y,t+1} + \alpha_{1,t} (Y_t - M_{y,t}) + \alpha_{2,t+1} (X_{t+1} - M_{x,t+1}) + \alpha_{3,t} (X_t - M_{x,t}) + \sqrt{V_t} \cdot u_y \quad \text{eq (14)}$$

où  $Y_t = \log Q_t - \log \bar{Q}_t$  (avec  $Y_1 = M_y$ ) ou :  $Y_t = \log Q_t - a \cos \left( \frac{2\pi t}{12} + \phi \right)$

$M_y$  = moyenne de  $Y_i$  (une seule valeur calculée sur la période d'observation)

$X_t$  = variable désaisonnalisée d'une autre station ayant une série longue (p.e. Kousba)

$M_{x,t}$  = moyenne des valeurs de (pour la période d'observations)

$u_y$  = variable normale centrée réduite

$V_t$  = variance des résidus de  $Y$ .

./.

Pour les calculs de  $\sqrt{V_t}$  et des coefficients  $\alpha_{1,t}$ ,  $\alpha_{2,t}$  et  $\alpha_{3,t}$ , on utilise la méthode indiquée à la page 9 de ce rapport, mais dans ce cas pour la relation de la régression linéaire de quatre variables,  $Y_{t+1}$  est la variable dépendante et  $Y_t$ ,  $X_t$  et  $X_{t+1}$  les variables indépendantes (voir Ven te Chow, page 8-60).

L'équation (14) peut s'écrire (en négligeant un instant la partie aléatoire  $\sqrt{V_t} \cdot u_Y$ ) :

$$Y_{t+1} = M_{Y_{t+1}} - \alpha_{1,t} \cdot M_{Y_t} - \alpha_{2,t+1} \cdot M_{X_t} - \alpha_{3,t} \cdot M_{X_{t+1}} + \alpha_{1,t} \cdot Y_t + \alpha_{2,t} \cdot X_{t+1} + \alpha_{3,t} \cdot X_t$$

$$\text{ou } Y_{t+1} = B_1 + B_2 Y_t + B_3 X_{t+1} + B_4 X_t \quad \text{eq (15)}$$

Pour la détermination des valeurs des coefficients, il y a quatre équations  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$  et  $B_4$  qui donnent quatre équations linéaires : (eq (16) à (19))

$$B_2 (\sum Y_t^2 - n M_Y^2) + B_3 (\sum Y_t \cdot X_{t+1} - n \cdot M_{Y_t} \cdot M_{X_{t+1}}) + B_4 (\sum Y_t \cdot X_t - n \cdot M_{Y_t} \cdot M_{X_t}) = \sum Y_t Y_{t+1} - n \cdot M_{Y_t} \cdot M_{Y_{t+1}} \quad \text{eq (16)}$$

$$B_2 (\sum Y_t \cdot X_{t+1} - n \cdot M_{Y_t} \cdot M_{X_{t+1}}) + B_3 (\sum X_{t+1}^2 - n \cdot M_{X_{t+1}}^2) + B_4 (\sum X_{t+1} \cdot X_t - n \cdot M_{X_{t+1}} \cdot M_{X_t}) = \sum Y_{t+1} \cdot X_{t+1} - n \cdot M_{Y_{t+1}} \cdot M_{X_{t+1}} \quad \text{eq (17)}$$

$$B_2 (\sum Y_t \cdot X_t - n \cdot M_{Y_t} \cdot M_{X_t}) + B_3 (\sum X_{t+1} \cdot X_t - n \cdot M_{X_{t+1}} \cdot M_{X_t}) + B_4 (\sum X_t^2 - n \cdot M_{X_t}^2) = \sum Y_{t+1} \cdot X_t - n \cdot M_{Y_{t+1}} \cdot M_{X_t} \quad \text{eq (18)}$$

$$B_1 = M_{Y_{t+1}} - B_2 \cdot M_{Y_t} - B_3 \cdot M_{X_{t+1}} - B_4 \cdot M_{X_t} \quad \text{eq (19)}$$

avec  $n$  = nombre de mois d'observations, ce qui, pour les séries courtes de 3 à 5 années donne 36 à 60 valeurs.

L'application des équations (16 à (19) donne les valeurs de  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$  et  $B_4$  valables pour tous les mois (donc une seule valeur) de  $B_1$  à  $B_4$ .

Ces mêmes valeurs permettent de calculer la variance  $v_t$  de l'équation (14), corrigée pour le biais dû au nombre de variables  $m$  (donc aux pertes de degré de liberté), utilisant la formule :

$$\sqrt{V_t} = \sqrt{\frac{1}{n-m} \left[ \sum Y_t^2 - n \cdot M_Y^2 - B_2 (\sum Y_t \cdot Y_{t+1} - n \cdot M_{Y_t} \cdot M_{Y_{t+1}}) - B_3 (\sum Y_t \cdot X_{t+1} - n \cdot M_{Y_t} \cdot M_{X_{t+1}}) + B_4 (\sum Y_t \cdot X_t - n \cdot M_{Y_t} \cdot M_{X_t}) \right]} \quad \text{eq (20)}$$

./.

$$\text{et après : } \hat{V}_t = \left[ 1 - \frac{(1-r_Y^2)}{n \cdot (1-r_Y)^2} + \frac{2 r_Y (1-r_Y^n)}{n^2 (1-r_Y)^2} \right]^{-1} \cdot v_t$$

avec  $m = 4$  (4 variables) et

$n$  = nombre de mois d'observations de la série courte.

Le  $\sqrt{\hat{V}_t}$  est utilisé dans l'équation (14).

Aussitôt tous les coefficients de l'équation (14) connus, le modèle de génération peut simuler des séries longues de  $Y_t$  ou, en appliquant une des deux transformations :

$$Q_t = \bar{Q}_t \cdot e^{Y_t} \quad \text{ou}$$

$$Q_t = e^{Y_t + a \cos \left( \frac{2\pi t}{12} + \phi \right)}, \quad \text{des séries longues des débits mensuels } Q_t \text{ (resp. eq (21) et eq (22) )}$$

Les résultats  $Q_t$  sont liés aux débits mensuels d'une station ayant une série longue (p.e. Kousba), qui, eux, sont en phase au niveau annuel avec les pluies annuelles. Les pluies annuelles sont les sommes annuelles des pluies mensuelles qui, elles, sont en phase avec les températures moyennes mensuelles.



### CHAPITRE 3

#### METHODOLOGIE DE L'AJUSTEMENT DES RESSOURCES EN EAU

#### AUX BESOINS APPLIQUEE PAR LE PROJET LIBAN-13

##### 3.1 - Introduction

Le Projet Liban-13 devait étudier un projet d'irrigation dans la région de Koura-Zgharta (voir figure 1) d'environ 7.000 ha, à irriguer à partir d'un barrage sur le Nahr el Aasfour, qui pouvait être alimenté par les apports du Nahr el Aasfour même et par les apports, dérivés par galerie, du Nahr Abou Aali un peu en amont de Kousba (voir figure 2).

##### 3.2 - Le cheminement suivi

La méthodologie complète de l'ajustement des ressources en eau aux besoins telle qu'appliquée par le Projet Liban 13 est donnée schématiquement dans l'organigramme des calculs ci-joint (figure 3).

Les étapes principales du cheminement suivi sont les suivantes :

- I. Analyse des données existantes et choix des méthodes de génération.
- II. Génération des séries longues de pluie, de débit et de température, qui sont mutuellement en phase. Les calculs sont tous effectués sur la base mensuelle sauf pour la corrélation pluie-débit où il n'y a un raccordement possible que sur la base annuelle.
- III. Calcul des séries longues des besoins en eau du périmètre d'irrigation par la formule de Blaney-Criddle.
- IV. Ajustement des séries de débit générées pour tenir compte des contraintes sur l'utilisation future des eaux telles que : prélèvements actuels par les agriculteurs, par les moulins ou les usines hydro-électriques, capacité maximale d'une galerie de dérivation ou d'une conduite d'adduction, priorités d'utilisation de l'eau (irrigation ou production d'énergie électrique), etc...
- V. Simulation de gestion de plusieurs avant-projets hydrauliques donnant pour chacun d'eux, la capacité du réservoir, la surface irriguée, les pénuries, etc... Ces simulations sont faites avec une seule série générée de 50 ans.
- VI. Comparaison économique systématique de toutes les solutions trouvées sous V (calcul du taux de rentabilité interne notamment (voir figure 4) et choix de la solution optimale (superficie irrigable, volume du réservoir dans un système d'hypothèses de gestion donné concernant le degré de garantie, les priorités d'utilisation des eaux, etc...).

VII. Calcul définitif et détaillé de simulation de la gestion d'un barrage-réservoir de la solution retenue sous VI en utilisant 20 groupes de séries générées de 50 ans de pluie, de température (donc des besoins en eau) et de débit.

### 3.3 - Remarques concernant les méthodes utilisées

3.3.1 - Le choix d'utiliser la formule de Blaney-Criddle pour le calcul des besoins en eau est basé notamment sur la disponibilité des données. Du point de vue méthodologie, il n'y a aucune objection à remplacer cette formule par une autre formule, celle de Penman par exemple.

3.3.2 - L'établissement des séries longues des besoins en eau a démontré l'existence d'une variation interannuelle de l'ordre de  $\pm 20\%$  de la demande d'eau du périmètre d'irrigation. De ce fait, on a évité une évaluation trop optimiste de la gestion d'un réservoir pendant une (ou plusieurs) année (s) sèche (s), basée sur les besoins en eau moyens.

3.3.3 - Les besoins en eau, calculés comme indiqué ci-dessus, se basent principalement sur trois groupes d'éléments : pluie, température et coefficient  $k_c$  de phase de croissance de la culture, tous les trois sur la base mensuelle. Ces valeurs  $k_c$  sont obtenues soit des résultats des expérimentations locales, soit extrapolées des chiffres d'un autre pays ou région à climat semblable, soit prises directement d'un tableau de Blaney-Criddle.

Par conséquent, une fois un plan de cultures établi, la méthodologie suivie permet à l'hydrologue l'évaluation des besoins en eau mensuels avec une précision suffisante pour l'étude de planification hydraulique.

3.3.4 - Le cas où les apports d'été sont nuls n'a donc pas été envisagé dans les solutions étudiées par le Projet Liban 13, mais il pourrait être traité par des techniques appropriées.

L'absence dans les données initiales d'une série d'apports d'au moins 10 années d'observations nécessiterait, de la même façon, un ajustement de la méthode utilisée au Liban.

3.3.5 - L'étape IV des calculs (voir ci-dessus) permet d'étudier l'utilisation conjointe ou comparée de plusieurs ressources en eau : dans notre cas, les dérivations de trois fleuves vers un seul barrage-réservoir.

3.3.6 - Dans le cas d'une absence presque totale des données de débit d'un fleuve (par exemple : deux années de mesures de débit seulement), une meilleure approche pourrait consister à appliquer un modèle déterministe d'écoulement d'un bassin-versant, ce qui suppose disponibles des séries longues de pluies journalières ou, à défaut, un modèle de génération stochastique de pluie journalière.

Le Projet Liban 13 essaiera de faire une comparaison entre les résultats obtenus par l'application de ces deux méthodes : stochastique et déterministe.

3.3.7 - Une autre utilisation d'un modèle déterministe du type Mero a permis au Projet Liban 13, après le développement et la mise au point d'un sous-programme simulant le stockage et la fonte de la neige, d'étudier l'influence de la neige sur les apports d'été améliorant ainsi l'évaluation des volumes d'eau disponibles au début de la saison d'irrigation.

### 3.4 - Techniques de calcul

La totalité des programmes de calcul a été établie en langage Fortran IV pour l'ordinateur IBM 1130 (16 K). Le raccordement de ces programmes a été conçu de telle façon qu'ils puissent être utilisés soit séparément soit tous en chaîne. Dans ce dernier cas, le temps de calcul est une heure par solution (étapes II à V du paragraphe 3.1 ci-dessus).

Pour obtenir directement de l'ordinateur les résultats de simulation de la gestion du barrage-réservoir (étape V du § 3.1), il suffit de fournir à l'ordinateur les données suivantes :

- 1 - Une série historique de la pluie mensuelle
- 2 - Une série historique de la température mensuelle moyenne
- 3 - Une série historique "longue" (12 à 14 années dans le cas étudié) de débit mensuel
- 4 - Une série historique "courte" (3 à 5 années dans le cas étudié) de débit mensuel
- 5\* - La durée d'éclairement p en pourcentage du maximum possible
- 6\* - Les coefficients  $k_c$  de phase de croissance de la culture (par culture)
- 7 - La réserve en eau utilisable du sol (par culture)
- 8 - Le taux de progression des besoins en eau annuels (par culture)
- 9 - Le rythme annuel de la mise en service du périmètre : surface totale annuelle et répartition de cette surface (en %) par culture
- 10 - Le coefficient traduisant le taux annuel de mise en irrigation effective de chaque secteur mis en service
- 11 - Le coefficient d'efficacité de l'irrigation
- 12 - Les caractéristiques géométriques du barrage-réservoir.

\* 5 et 6 ne sont nécessaires que si l'on applique la formule de Blaney-Criddle.

CHAPITRE 4

COMMENTS ON THE WORK DESCRIBED IN CHAPTERS 1, 2 AND 3

by T. O'Donnell

4.1 - The following notes briefly summarise some of the matters discussed during meetings held in Beirut during 21-23 June 1971, and offer comments and suggestions on those matters. The discussions were wide - ranging and were not confined to the immediate questions of hydrological data generation. These notes, however, attempt to deal only with the latter.

4.2 - A first comment is to record my sense of admiration for both the quality and the ingenuity of the work done by Mr. Bernier and Mr. Visser. The overall strategy of their approach to a difficult set of problems is sound and at the same time practicable.

Modern advanced treatments, similar to methods, I have used in other consulting work, have been modified and adapted for the LEB 13 Project conditions in technically ingenious ways. I am confident that the strategy used is entirely satisfactory.

4.3 - The major part of the data generation work has been done with stochastic modelling techniques. I fully endorse the methods used and wish only to add a few comments on points of detail :

a) Normality of variables

The assumptions that  $\sqrt{P}$ ,  $\log_e Q$  and  $T$  are normally distributed variables have possibly not been as fully verified as is possible. Further studies should be made for all 3 variables and I should recommend that the evidence of these studies be presented in the final report stage.\*

b) Equation (11)

This equation represents 12 regression equations, one for each month of the year, in which one month's flow is regressed on the preceding month's flow. The variate used is

$$Z_{t,i} = \log_e Q_{t,i} - \log_e Q_a$$

where  $Q_{t,i}$  is the flow in month  $t,i$  and

$Q_a$  is the annual flow for the year concerned .

./.

---

\* Reply by Mr. Visser : this point is agreed and will be followed up.

While 11 of the 12 regressions utilise the same value of  $Q_a$ , the twelfth equation involving the first month of a new year with the last month of the preceding year utilises two different values of  $Q_a$ . I am not sure whether or not this causes an effect of any importance. A possible resolution of the problem would be to use the mean of the two  $Q_a$ 's in computing the two  $Z_t$ 's for this one "cross-over" regression. An examination of two generated series, one as already generated and the second obtained with a new regression for the "cross-over" equation, might show that the problem is more apparent than real.\*

c) Equation (14)

This is a multiple regression equation relating the flows in a short record,  $Y_t$ , with those of a longer record,  $X_t$ , enabling the short record to be extended. The variates are deseasonalised by transformations of the form :

$$X_t = \log_e Q_t - \log_e \bar{Q}_t$$

where  $Q_t$  is the mean of flows  $Q$  in month  $t$ , with  $t$  running from 1 to 12. The dependent variable,  $Y_{t+1}$ , is regressed on three independent variables,  $Y_t$ ,  $X_t$  and  $X_{t+1}$ . In similar work I have found that it is necessary to examine several multiple groupings such as  $Y_t$ ,  $X_t$ ,  $Y_{t-1}$ , or  $Y_t$ ,  $X_t$ ,  $Y_{t-1}$ ,  $X_{t-1}$ , etc. and chose that grouping which shows the greatest explained variance. I would suggest that such an examination should be done in case equation (14) is not the best regression equation obtainable \*\*

---

\* Reply by Mr. Visser : It is possible that the modification suggested by Mr. O'Donnell would improve the precision of  $Z_t$  but it would not influence the variability of the generated  $Q$  since the method used introduces no systematic bias. However a comparison of the two methods will be made if time permits).

\*\* Reply by Mr. Visser : In the LEB 13 Project several trials have been done in order to determine the choice of the three independent variables (e.g. replacing  $X_t$ , and  $X_{t-1}$  by  $X_{t-1}$  and  $X_{t-2}$  etc...). However, the small number of available observations concerning the short series does not permit the use of an regression equation having more than three independent variables causing poor estimates for the higher number of parameters.

./.

I have also had experience with a data "infilling" procedure developed by Fiering which could be tried in place of equation (14). This uses only a lag zero cross-correlation term between  $Y_t$  and  $X_t$ , with a particular form of random component that preserves the serial correlation in  $Y_t$ . It is thus much simpler than the multiple regression equations and is therefore well-adapted to a small computer.\*

My final comment on equation (14) concerns the possibly poor estimates of  $Q_t$  for the short  $Y_t$  series. Clearly one can only use the short record  $Q_t$  values for  $Y_t$  during the fitting stage, while establishing the parameters of equation (14). But in the generating stage, the  $Q_t$  values for  $Y_t$  could be adjusted in the ratio of the long period to concurrent short period  $Q_t$  values of the  $X_t$  record. This procedure would compensate for the short concurrent period being an atypical sample.

4.4 - To conclude this discussion of the stochastic modelling aspects of the Project, I would stress that my comments in paragraph 4.3 are not criticisms of the work done but are suggestions for exploratory and confirmatory work that may lead to some improvements in the results of the existing studies. I should like to emphasise that the overall strategy of generating "in phase" flows, rainfalls and temperatures, leading to "in phase" supplies to and demands from a design reservoir, is a marked improvement over the more usual treatment of assuming a fixed annual cycle of demands. It is this aspect of the LEB 13 Project studies which has impressed me the most.

4.5 - The project studies involving deterministic modelling have not been as extensive as for the stochastic modelling. It should be stressed that deterministic modelling has limited use for design purposes and is primarily an operational tool. However, two reasons for using a deterministic model in the Project studies were advanced. Firstly, to reconstruct 15 to 20 years of runoff, having fitted such a model over 3 years of concurrent rainfall and runoff data and knowing the rainfall for the remaining period. Such a reconstructed sequence will have statistical properties that can be compared with those of the data generated by the stochastic methods.

---

\* Reply by Mr. Visser : The Fiering procedure belongs to the family of methods using multiple regression of the type of equation (14) but this procedure seems to have a simpler structure than the one used in Lebanon due to more restrictive correlations assumptions. This simplification however of the regression equation necessitates the verifications of a very particular assumption.

In order to allow a better comparison between these two methods it is proposed that more detailed information (precise references or technical papers) could be sent to the LEB 13 Project.

As a final remark it could be stated that multiple regression equations with more than 3 variables (5 to 10) could easily be treated with a small computer of the size of the IBM 1130 as used by the LEB 13 Project.

./.

Clearly, if the comparison shows close agreement, a much greater confidence can be placed upon the results of the stochastic modelling. If not, an explanation must be found for the disagreement and a decision made as to which method has yielded the better results. My present opinion is that the deterministic modelling approach is not likely to yield convincing results for the Project catchment considered, partly because of the considerable size and non-homogeneity of the catchment, partly because of the import of "foreign" water to the catchment and export of "native" water by-passing the gauging station, and partly because of the necessarily empirical and highly complex snowfall and snowmelt component using rainfall measurements taken some 10 km from the snow area. While the deterministic approach may verify the stochastic approach, I would argue that the latter does not need verification - it is already an acceptable and proven technique.

4.6 - The second reason advanced for the use of a deterministic model was the desirability of being able to assess the amount of water stored in the snowpack at the end of the winter season, and the consequent ability of choosing an appropriate cropping and irrigation policy in the succeeding summer season. Until such time as direct measurement via snow courses is possible, a satisfactory deterministic model assessment of the water stored in the snowpack is clearly valuable. However, the problem of assessing the time distribution of the snowmelt runoff during the whole of a forthcoming summer season can only be assessed on a stochastic basis i.e. by predicting several sequences of snowmelt factors (leading to rapid, average and slow melts) and processing each sequence through the deterministic model. It seems to me that the decision on cropping policy depends most strongly on how much water is stored in the snowpack and only marginally on when it arrives in the reservoir. After all, the main function of the proposed storage reservoir is to cater for the time variations of input, while the cropping policy is mainly a function of the total water volume that will sooner or later become available. This viewpoint implies that the deterministic model approach will only be useful until the setting up of a direct snowpack measuring system. Since the latter may be many years off, I would recommend that the deterministic modelling studies be continued. It for no other reason, the experience and results gained will be of considerable benefit in other studies arising both from the LEB 13 Project and from other FAO Projects.

DEUXIEME PARTIE

---

UTILISATION DES MODELES MATHEMATIQUES

DANS LES ETUDES HYDROLOGIQUES



DEUXIEME PARTIE : UTILISATION DES MODELES MATHEMATIQUES DANS LES ETUDES HYDROLOGIQUES

SOMMAIRE

Chapitre 5 : Use of deterministic and stochastic modelling for hydrological simulation of catchments, by T. O'Donnell and others.

Chapitre 6 : Exemples d'application des modèles mathématiques dans d'autres Projets FAO.

Chapitre 7 : Commentaires de M. J. Bernier sur les problèmes hydrologiques posés dans les Projets FAO.

## CHAPITRE 5

### USE OF DETERMINISTIC AND STOCHASTIC MODELLING FOR THE SIMULATION

#### OF HYDROLOGICAL BEHAVIOUR OF CATCHMENTS.

The final draft of this report results from discussions with Messrs. Bernier, Clarke, O'Donnell, Underhill and Visser based on a preliminary draft as proposed by Mr. O'Donnell.

---

#### 5.1 - Review of catchment modelling

Before embarking on any modelling study of catchment behaviour, it is vital to ask three questions :

- (a) what are the objectives it is desired to achieve from the results of a model study ?
- (b) what type (s) of model can fulfil those objectives ?
- (c) how are the data requirements of each type of model matched by the data available ?

The answers to these questions dictate which particular type (s) of model can be usefully employed in any given situation.

#### 5.2 - Objectives of model studies

Broadly speaking, there are two main and quite distinct uses for catchment models viz. streamflow forecasting and streamflow prediction.

Streamflow forecasting is concerned with assessing what is going to happen in the immediate future (up to say 72 hours ahead) based on an actual knowledge of the present state of affairs and the recent past, and on an expectation of immediate future rainfall gained from a weather forecast. The primary uses of such streamflow forecasts are for operational purposes e.g. to decide the immediate operational procedures to be followed for an existing control scheme, or to give downstream warning of an impending flood inundation.

Streamflow prediction is concerned with what could happen in the way of a long sequence of flows (daily, monthly, annual); there is no implication that a predicted sequence will actually happen, but a good prediction would be typical of actual sequences. The primary uses of streamflow predictions are for design purposes e.g. reservoir design, extremes of flow and their frequency of occurrence, long runs of high or low flows etc.

### 5.3 - Modelling techniques and definitions

#### 5.3.1 - Categories of mathematical models in hydrology :

There are two main categories of mathematical catchment model viz. deterministic (conceptual) models and stochastic (probabilistic) models. Some typical examples within each category are outlined below without going into detailed explanations.

#### 5.3.2 - Definitions

1 - Statistical methods deal with data, and a statistic is a function of data values summarizing some property of a sample (for example, the mean, standard deviation, etc... of the sample).

2 - A stochastic (probabilistic) model is one which incorporates the concept of a probability structure of hydrological variables.

3 - A conceptual (or deterministic) model simulates catchment behaviour by representing the operation of the catchment in transforming rainfall into runoff through the use of algebraic and logical statements which exclude the concept that a hydrological variable has a probability structure.

4 - A series is stationary if the statistics (e.g. mean and variance) of a sample differ from the statistics of the population only because of sampling variability and are unaffected by a shift in the time origin.

### 5.4 - Deterministic models

Such models attempt to embody the model builder's concepts of how catchment component processes occur and are interconnected. The processes and interconnections are expressed by general parametric equations based on the known or assumed physics of catchment behaviour. Any such general model is fitted to a specific catchment by finding that set of numerical values of the model parameters such that an actual observed sequence of streamflows on the catchment can be matched by the model-computed streamflow when the model is supplied with the rainfall and potential evaporation data corresponding to the observed streamflow. The operation of such a model is essentially a water-budgeting procedure in which every allocation of water to storage components and every movement of water between or out of storages is strictly determined by precise rules.

Generally, deterministic models can be used only for small to medium sized homogeneous catchments and can only operate with data intervals of the order of a day or less. For the fitting procedure, they require at least three or four years of continuous concurrent records of rainfall, potential evaporation and streamflow.

Three such models will be discussed. The Stanford Watershed Model is the most sophisticated, having between 25 and 30 parameters to be fitted. The

"Mero model" as used by F.A.O. personnel in Cyprus and Crete is appreciably simpler than the Stanford model. The Dawdy-O'Donnell model is a very simple 4-storage, 9-parameter model.

The Stanford and Mero models are fitted in a sequence of separate runs on the computer, the operator using his experience, judgement and intuition to change the parameter values between runs, constantly seeking a better fit. Experience has shown that an inexperienced operator can have tremendous difficulty in finding a "best fit" set of parameter values. In addition, the one-run-at-a-time usage of the computer is inefficient since the same program and large data deck have to be loaded and compiled each run.

The elementary Dawdy-O'Donnell model was designed to be used with an automatic computer-controlled parameter fitting procedure. Thus fitting expertise would be built into the model optimisation computer package, an operator with little experience of the model could use it, and a single computer run with one loading would suffice.

Deterministic models are mainly used for streamflow forecasting purposes and for investigating land use changes. (This also covers the inverse "hindcasting" usage viz. estimation of missing streamflow records in the case where long records of rainfall and potential evaporation exist but only a short streamflow record exists, concurrent with part of the other records ; the term "reconstruction" has also been proposed for this kind of operation.) Deterministic models could only be used for streamflow prediction purposes, if predicted sequences of input data are available. A methodology is not yet fully developed for the prediction of long sequences of the concurrent daily rainfall and potential evaporation sequences that would be needed to derive a long streamflow prediction from a fitted deterministic model. In rare cases, the hindcasting streamflow estimation procedure may give a total length of streamflow adequate for certain design purposes, but generally even "good" rainfall and evaporation records (e.g. 50 years in length) are not long enough for design purposes requiring assessments of 100-year or longer streamflow occurrences.

### 5.5 - Stochastic models

In essence, stochastic models seek to identify the underlying probabilistic structure of hydrological variables (e.g. daily, monthly or annual streamflow). Once identified and expressed in quantitative terms, such a stochastic (or probabilistic) structure can be used to generate synthetic (non-historic) events that may be taken as coming from the population of which the base historic record is a sample.

In contrast to deterministic models, there may be no attempt to incorporate the physics of catchment behaviour in a stochastic model. Clearly the integration of all catchment processes is the cause of a streamflow structure, and if only streamflow information is available stochastic modelling would concentrate solely on the effects of that integration as produced within the streamflow sequence. If, on the other hand, records of other variables are available, stochastic modelling would relate streamflow to them in terms of equations with parameters that have no physical interpretations.

Stochastic models of streamflow can be used for all sizes of catchment whether homogeneous or not. Certain models are designed for monthly data intervals, others can be used with monthly or daily data and could be used even with hourly data. Usually they deal with only one variable, generally streamflow (but combinations with rainfall and temperature sequences can also be treated by stochastic models).

The longer the base record of observed values, the more reliable will be the determination of the stochastic generating structure and in consequence the more confidence one can place in generated sequences. No firm rule can be laid down about the minimum length of observed record needed, but 15 to 20 years is generally thought to be a minimum. (In the Lebanon study stochastic generation was used on records which, by the completion of the work, were 14 years in length). Shorter periods can, of course, be used but they may not include enough information to quantify the stochastic structure reliably.

Two types of stochastic model are commonly encountered in hydrology. Since the distinction between them is not always clearly stated, we begin by clarifying it.

Suppose that we have a series of values assumed by a hydrological variable,  $\{y_1, y_2, y_3, \dots, y_t, \dots, y_N\}$  say. Each  $y_t$  of the sequence is assumed to be a random variable with mean  $\mu$  and variance  $\sigma_y^2$ , the same for all  $t$ . In statistical terminology, the sequence is stationary to the second order. The statistical structure of some stationary sequences may be described by a linear relationship :

$$y_t - \mu_y = \lambda_1 (y_{t-1} - \mu_y) + \epsilon_t \quad \dots \dots (1)$$

(or its generalization, in which additional terms  $\lambda_2 (y_{t-2} - \mu_y)$ ,  $\lambda_3 (y_{t-3} - \mu_y)$ , .... are included on the right-hand side). This relationship is described in statistical texts as an autoregression; in (1), all three variables  $y_t$ ,  $y_{t-1}$  and  $\epsilon_t$  are random variables, the members of the sequence  $\{\epsilon_t\}$  being mutually uncorrelated with zero mean and constant variance  $\sigma_\epsilon^2$  (Constant, in that they are independent of  $t$ ).

Hydrological variables may be non-stationary. The monthly streamflow  $y_t$  of a river in North-West Europe will be such that the mean of the population of all January streamflows will be unlikely to equal the mean of the population of February streamflows. The mean is thus no longer constant, but will be a function of time; similarly the variance and other moments may be time-variant. If sufficient data is available, or if particular functional forms can be assumed for  $\mu$  (and other moments) as functions of time, the data series  $\{y_t\}$  can be transformed to a stationary sequence  $\{y_t^1\}$  to which an autoregression such as (1) can be fitted. An alternative procedure is as follows.

Suppose, as before, that the sequence  $\{y_t\}$  is of monthly streamflow. We abstract, from the complete record, the January and February streamflows for

./.

each year of record; with m years of record, denote these by

$$\{y_1, y_{13}, y_{25}, \dots, y_{1+12(m-1)}\} \quad \dots (2a)$$

$$\{y_2, y_{14}, y_{26}, \dots, y_{2+12(m-1)}\} \quad \dots (2b)$$

Using (2b) and (2a) as values assumed by the dependent and independent variables respectively, we compute the regression of February streamflow as January streamflow. This procedure is repeated for March and February streamflows, April and March streamflows, and so on, twelve distinct linear regressions being calculated. Each is of the form

$$y_t - \mu_{y,t} = \lambda_{1,t} (y_{t-1} - \mu_{y,t-1}) + \epsilon_t \quad \dots (3)$$

where the subscripts to the parameters  $\mu_{y,t}$ ,  $\lambda_{1,t}$ ,  $\mu_{y,t-1}$  indicate that they are functions of time. Relations such as (3) are sometimes called autoregressions by hydrologists, but there are two distinctions between (3) and (1):

- (i) the relation (1) is a single relation describing the statistical structure of the whole of a stationary series, whilst (3) gives twelve distinct relations (when dealing with monthly data);
- (ii) the relation (1) is computed by correlating

$$\{y_2, y_3, \dots, y_t \dots y_N\} \quad (4a)$$

$$\text{with } \{y_1, y_2, \dots, y_{t-1} \dots y_{N-1}\}, \quad (4b)$$

whilst the relations (3) are computed by correlating

$$\{y_t, y_{t+12}, y_{t+25}, \dots, y_{t+12(m-1)}\} \quad (5a)$$

$$\text{with } \{y_{t+1}, y_{t+13}, y_{t+26}, \dots, y_{t+12(m-1)+1}\} \quad (t=1,2 \dots 12) \quad (5b)$$

Although (3) is an 'autoregression' insofar as the independent variable in each of the 12 regressions is a variable derived from the same sequence  $\{y_t\}$ , it is preferable to describe (3) as a regression model, because the dependent variable (5b) is relatively free from the serial correlation which is a feature of the dependent variable (4a) if a model such as (1) is fitted.

./.

The first of the following two samples is a regression model, the second is an autoregression model.

- (a) A well-known regression model is the Thomas-Fiering model for monthly streamflows. Using the Thomas-Fiering notation this is expressed by the set of equations (one for each month, if we are dealing with monthly data) :

$$q_{i+1} = \mu_{j+1} + \beta_j (q_i - \mu_j) + z_i \sigma_{j+1} (1 - \rho_j^2)^{\frac{1}{2}}$$

The working version of this equation is :

$$q_{i+1} = \bar{q}_{j+1} + b_j (q_i - \bar{q}_j) + z_i s_{j+1} (1 - r_j^2)^{\frac{1}{2}}$$

in which

$q_i, q_{i+1}$  are non-historic (generated) flows in months  $i$  and  $(i+1)$  after the start of generation ( $i = 1, 2, \dots$ ) ;

$\bar{q}_j, \bar{q}_{j+1}$  are the means of the historic flows for months  $j$  and  $(j+1)$  with  $j$  running from 1 to 12 ;

$b_j$  is the regression coefficient for the historic  $q_{j+1}$  on the historic  $q_j$ , for  $j$  running from 1 to 12 ;

$s_{j+1}$  is the standard deviation of the historic flows in month  $(j+1)$  ;

$r_j$  is the coefficient of correlation between the historic flows in months  $j$  and  $(j+1)$  ;

$z_i$  a normal random deviate with zero mean and unit variance.

This equation first has to be fitted using the historic record. The 12 means of the historic flows for each month in the year ( $\bar{q}_j$ ) are easily found. The 12 regression coefficients  $b_j$  and 12 correlation coefficients  $r_j$  are found from the historic data, as are also the 12 standard deviations  $s_{j-1}$ , by the usual statistical methods. Once fitted, the model is used recursively to generate data. For each recursion, a new item of generated data  $q_{i-1}$  is found from the last item of generated data  $q_j$  along with the various model parameters and a random number  $z_i$  generated by a computer subroutine.

./.

The Thomas-Fiering is a regression model relating streamflow in one month to streamflow in the previous month. An extension of this principle to include rainfall within the model has been suggested by Colston and Wiggert. Such a model is a combined multiple regression one. By including rainfall terms, it attempts to explain a greater proportion of the variance of the historic monthly flows than the basic Thomas-Fiering model, thus reducing the proportion of the variance that has to be explained by the random component.

For streamflow generation, monthly rainfall values have first to be generated before entering the model equation.

(b) The second model discussed is an autoregression and is also capable of dealing with daily events as well as monthly events.

Basically the time series of data (e.g. daily flows) is presumed to contain components (a) due to trend, (b) due to periodicity, and (c) due to some random process.

The trend component may arise from slow climatic change, urbanisation or afforestation of a catchment etc. A measure such as mean annual flow would show a steady increase or decrease (with of course variability superimposed on the trend line).

Periodicity shows itself as a regular seasonal change e.g. high winter flows and low summer flows.

Both trend and periodicity are deterministic effects. There are methods of quantifying those effects and removing them from the data sequence. These methods are based on the fundamental assumption that what now remains is the stochastic component for which some autoregressive structure (e.g. a Markov process) is found, together with a set of residual terms forming a pure random uncorrelated series.

The quantification of all the components by an analysis of the historic record yields a generating structure that can now be used to synthesise further non-historic data. This is done by first selecting random numbers from the distribution of residuals found in the analysis stage, then adding in the autoregressive structure, and finally adding the periodic and trend effects.

Stochastic models are aimed at prediction purposes (usually streamflow prediction, but other hydrological variables can be treated). The data generated by such models is only typical of what could happen - there is no suggestion that the generated sequence would ever happen precisely in the order given. One can generate as long a record as is needed for any given design purpose, many times the historic record and certainly several times the expected project life. Thus for a reservoir of expected life 100 years, one could generate 300 years of monthly streamflow data from, say, 30 years of historic record. The long generated record would then be routed through any trial reservoir design to assess its performance. A second most valuable design application is to flood magnitude/frequency studies. Here a short historic record of annual maximum daily flows often contains an outlier. Great difficulty is found in establishing with any confidence a return period for such an outlier by any of the conventional techniques. Generation of daily



data ten times the length of the historic record will usually yield several synthetic events in excess of the historic outlier and thus will allow a confident estimate of the return period of the latter.

CHAPITRE 6

APPLICATION DES MODELES MATHEMATIQUES DANS

D'AUTRES PROJETS FAO

6.1 - Hydrological problems in FAO Projects for which mathematical models may be useful by Mr. H.W. Underhill.

Some hydrological problems encountered in FAO projects were outlined briefly, for which stochastic or deterministic techniques had been or could have been useful. These could be considered under eight headings, as follows :

1) - The design of water control systems. This was the most common problem, and required long sequences of (usually) monthly river flow data which could be used as input to simulation models, for the design of water resource control systems. Those could vary from simple one purpose one reservoir systems to multiple purpose and multiple source (reservoirs, diversions, groundwater) systems. Flood magnitude and frequency estimates were also required for design purposes.

2) - Flood protection. These problems required flood hydrographs of determined frequencies which could then be routed through channel flow models to test the effects of works to control flooding.

3) - Flood plain inondation. This was a special kind of flood study applicable to arid areas (for example in W. Africa) where occasional inondation from the river of the flood plain was the main source of water for flood plain agriculture.

4) - Swamp reclamation. In this case the hydraulics of the swamp must be simulated in order to test the effects of proposed swamp drainage or control works.

5) - Evaporation and crop water requirements. These could be estimated by various formulas using meteorological data. While average values (normally on a monthly basis) might be adequate in areas where the variability was small, it became important to generate these water requirements in phase with generated river flows in areas where the variability was significant.

./.

- 6) - Groundwater recharge. This could occur either directly from rain, or, particularly important in arid regions, through river beds. In the first case it could be simulated as the deep infiltration through the soil in a deterministic model ; in the second case it could be determined by the frequency and duration of flow in the river.
- 7) - Groundwater movements. These models based on Darcy's law and the principle of continuity, fell outside the scope of this meeting but were mentioned in passing as being of importance in many field projects. Moreover it is hoped to connect surface water models with recharge to groundwater as output to groundwater models using the same data as input.
- 8) - River flows. Forecasting, this again was only mentioned in passing as WMO is the UN Agency with special responsibility in this field. However, the results of such studies were clearly of importance in the operation of water control systems.

6.2 - Utilisation des modèles de génération de débit dans la Vega de Granada-Espagne - par M. Nguyen Trac.

Le Projet pilote d'utilisation des eaux souterraines pour le développement agricole du bassin du Guadalquivir (Spain 13) d'une durée de 2 ans 1/2 doit étudier des schémas concrets d'utilisation progressive et contrôlée des eaux souterraines pour le développement agricole.

Parmi les trente unités hydrogéologiques du bassin, trois zones (Almonte - Marismas, Guadix et Vega de Granada) des plus représentatives ont été choisies comme zones pilotes pour le développement par les eaux souterraines. Pour chacune de ces zones un projet de développement par l'irrigation par les eaux souterraines comprenant tous les aspects techniques, sociaux et économiques a été présenté. Ceci constitue l'objectif principal du Projet qui était donc parfaitement défini et délimité.

Cependant une exploitation intégrale et optimale de toutes les ressources en eau du bassin du Guadalquivir obligerait le gouvernement à réviser le plan hydraulique préparé en 1965 pour tenir compte de l'utilisation conjointe des importants réservoirs souterrains et à replanifier les 43 barrages en projet, en utilisant les techniques modernes d'analyse et de synthèse, en particulier les méthodes de génération des séries de débit des rivières.

Le Projet s'est donc fixé comme objectif secondaire de poser les premières bases d'une telle planification en :

- formant les ingénieurs espagnols aux techniques de génération des apports que constituent les différents types de modèles mathématiques;
- mettant à la disposition du gouvernement avant la fin du Projet une gamme de programmes qu'utilisent ces modèles.
- esquissant un schéma de modèle hydro-économique appliqué à l'une des trois zones-pilotes mentionnées antérieurement : la Vega de Granada.

En dehors du plan de développement par les eaux souterraines préparé par le Projet, le Ministère des Travaux Publics a également lancé des études de plans d'aménagement des eaux de surface, ces plans comprennent la construction de trois barrages, venant s'ajouter au réservoir déjà construit et un autre en construction.

Deux de ces barrages sont projetés sur deux rivières, le Velillos et le Colomera, qui ont des séries de mesures de débit trop courtes ou douteuses. On a donc dû extrapoler à partir d'une série de 15 années d'une rivière voisine, le Cubillas, où se trouve le barrage déjà construit.

Afin de montrer l'intérêt des techniques de génération des séries de débit, le Projet a mis au point avec l'aide de M. T. O'Donnell et son équipe de l'Imperial College de Londres le modèle de régression linéaire Thomas Fiering appliqué au Cubillas. Se basant sur la même méthode d'extrapolation à partir du

Velillos et du Colomera on utilisera, pour projeter les barrages en question, au lieu d'une seule série de données historiques, les 25 séries générées par le modèle. On pourra calculer ainsi statistiquement la taille du réservoir la plus adaptée aux besoins prévus.

Une autre application pratique des résultats du modèle consiste à étudier une meilleure utilisation du réservoir de Cubillas et des apports de cette rivière. Le Schéma consiste à calculer les possibilités d'accumulation durant les 6 mois d'hiver et de printemps afin d'irriguer une zone à l'aval et de dériver directement les apports vers une autre zone à l'amont d'avril à octobre. Une subroutine ajoutée au modèle a permis de calculer directement sur une période de 100 ans et durant les mois de plus fort besoin les déficits de la deuxième zone et de déterminer ainsi les sondages nécessaires pour les combler, suivant les différents degrés de sécurité choisis.

Dans l'objectif de la formation des ingénieurs de la contrepartie deux modèles autocorrélation ont été également développés pour la même série du Cubillas. Le modèle mensuel est déjà opérationnel tandis que pour le journalier un programme est disponible. Les résultats obtenus montrent que l'analyse poussée jusqu'au troisième degré ne donne aucun gain supplémentaire.

	Moyenne	Dev. St.
Historique	3.079	3.276
1er ordre	3.112	3.184
2ème ordre	3.106	3.180
3ème ordre	3.099	3.167

L'expérience acquise au Projet du Guadalquivir permet de tirer quelques conclusions préliminaires sur l'utilisation des modèles de génération de débit.

Pour le cas général d'aménagement hydraulique pour l'irrigation qui n'implique pas de problème de protection contre les crues où l'on a besoin des prévisions à moyen et long terme (prédiction) les modèles stochastiques, en particulier ceux à régression linéaire simple du type Thomas Fiering, sont particulièrement adaptés grâce à leur facilité de manipulation tout en fournissant des résultats suffisants pour les applications pratiques.

La génération des débits journaliers dans le cas où l'on dispose d'une série suffisante peut se faire aisément par les modèles autocorrélation.

Dans la majorité des pays en voie de développement les données pluviométriques sont généralement correctes et abondantes tandis que les mesures d'apport des fleuves se révèlent douteuses ou déficientes, on doit avoir recours à des modèles déterministes. Tenant compte de nombreux facteurs limitants leur utilisation pratique, le modèle de régression linéaire multiple et d'autocorrélation avec variables désaisonnalisées mise au point par le Projet Liban 13 pourrait trouver un grand champ d'application et devrait être développé et diffusé.

Il est également souhaitable que l'ensemble des consultants et ingénieurs des différents projets mettent au point un certain nombre de normes pratiques permettant un choix rapide du type de modèle à utiliser en se basant sur des critères non moins pratiques (longueur des données hydrométriques, test de fiabilité, but de la simulation...).

6.3 - Summary of speech on Mathematical Tools used in Hydrological Studies in Hydrological Studies in Cyprus and in Crete

(FAO/SF - UNDP Projects No. CYP/6 and CRE/17)

by B. Samuelsson

Mero model

At start of Cyprus project, the model existed, but in a very primitive form for manual calculations. The model was improved and programmed for computer in joint cooperation between Mero and the project staff.

Number of dry days between raindays

Taking into account the grouping of raindays, the following expression gives the average number of dry days ND, between raindays

$$ND = \frac{M - RD}{RD - (N_2 + 2N_3 + \dots + (n-1)N_n)}$$

where M is the number of days of the months, RD is the total number of raindays during the month, and  $N_i$  is the number of groups of i consecutive raindays.

Rainfall coincidence rate

The most sensitive tool for checking the quality of rainfall records was, at least in Cyprus, the coincidence rate, c, expressed as

$$C = \frac{2C}{N_x + N_y}$$

where C is the total number of concurrent raindays out of the  $N_x$  and  $N_y$  raindays at Station x and y respectively.

Stochastic generation of missing rainfall data

The general regression equation was combined with a stochastic element into

$$y = A + Bx + KS_{\Delta y}$$

where A and B are the regression coefficients, K is the frequency factor (standardized variante), and  $S_{\Delta y}$  is the standard deviation of the residuals.

This expression was used to generate :

- a) monthly totals
- b) number of raindays for different rainfall classes
- c) number of coinciding raindays (using the concept of coincidence rate).

The daily rainfalls were generated for each class by a random number generator with rectangular distribution (the sum of the daily rainfalls was compared with the generated monthly total; if no fit the daily rainfalls were adjusted (proportionally)).

The dates of the raindays were generated by a logical procedure.

### Statistical Interpretation of Hydrometeorological Extreme Events

See separate paper: application of the method of Jenkinson.

### Simple model developed for ungauged catchments

Starting from the simplest of concepts :

$$Q = P - E - W + CS$$

where Q is annual runoff, P is annual precipitation, E is annual evaporation, W is annual local water use, and CS is annual change of storage.

The various elements and their variations were studied separately. The variations were combined by using the concept of composite standard deviation :

If  $y = \sum a_i x_i$  where  $a_i$  is a constant and  $x_i$  is a variate then the variance of y is

$$S_y^2 = \sum a_i^2 S_{x_i}^2 + 2 \sum a_i a_j r_{ij} S_{x_i} S_{x_j} \text{ for all } i \neq j$$

where  $r_{ij}$  is the correlation coefficient for  $x_i$  and  $x_j$ . The result was possible to check by independent methods and both the annual total runoff as well as the standard variation were within  $\pm 5\%$ .

For catchments with significant aquifer, computations of  $S_Q$  by the above model and  $S_Q$  from outflow measurements gave a difference,  $\Delta S_Q$ , which by means of the expression for composite standard deviation gave the statistics for the change of groundwater storage, which, again, was possible to check with the results from a groundwater model study and the result was full coincidence.

6.4 - Botswana - Project - by Mr. J. Pike

Mr. Pike outlined the geography and physical background to the Project in Botswana, entitled "Survey and Training for the Development of Water Resources and Agricultural Production". In a country the size of France and the project covering more than half the country he stressed that the technical problems were also beset by severe logistic constraints. He also explained that the Project could be divided into three main fields of activity : hydrology and water resources, irrigation, and socio-economic and ecological studies.

In the hydrological sector the Project upon inception was faced with a virtual absence of hydrological data and a hydrological network had to be established and local staff trained to operate and maintain this network. Data was now available for a period of 3 years and it was upon this data that it is proposed to adopt more sophisticated, hydrologic tools to provide a longer time series to estimate available water resources upon which development decisions could be based. Elsewhere in the project mainly in the 15,000 km<sup>2</sup> Okavango swamp these longer term data were required to formulate a complex water resources utilisation system but at the same time preserving the ecological balance of the swamp area, one of Africa's main wild life conservation areas.

In the eastern region where the rivers are non-perennial but where large volumes of water are stored between seasons in the sandy river beds, a special model has been developed for a combined stochastic conceptual model. In the first instance a number of existing models were tested (Mero, O'Donnell, Boughey, Boughton) but none of these completely modelled the existing situation. A model, known as the MAHALAPWE model, was therefore developed. Whereas most models concentrate on accounting for seepage to groundwater and soil moisture storage and subsequent reflux of this water, the Mahalapwe model assumes that water, falling into the main catchment runs off in amounts which are functions of the initial wetness of the soil and its infiltration capacity. The amount succeeding in running off from the main catchment is then spread on an area corresponding to the sand river bed. The sand is saturated before permitting any run off at the gauge point; on saturation of the sand the run-off volume can be determined.

Because the rainfall occurs in the form of relatively short duration isolated thunderstorms the long term rainfall data available on a daily basis is of little value as an input to a conceptual model. It was proposed therefore to adopt a method of synthesising thunderstorms based on an index station using a method originally put forward by Sariahmed and Kisiel at Tucson, Arizona.

The Okanengo swamp area calls for a completely different approach or set of approaches. In the first instance a "black box" analysis was made to predict annual outflow and peak and volume (which, as explained, was merely 1.5 % of the inflow volume of  $11.000 \times 10^6$  m<sup>3</sup>, the bulk being lost to evaporation). The black box or multiple regression approach proved to be highly successful with a multiple correlation coefficient of 0.96 using the previous years inflow peak, the current year minimum flow and the current season rainfall/evaporation ratio for each month from November to March. This approach is useful for annual prediction purposes but is inadequate for simulating the consequences of physical changes that will be brought about by dredging diversion or reclamation. It was



therefore decided to formulate a model on physical principles : list the data required for such a model, obtain the data and apply it to the model thus optimising data collection.

The model proposed can be described briefly by drawing an analogy between the movement of water through the swamp and the diffusion of heat through a cooled plate. The plate being approximately triangular in shape with a source at one apex and a variety of sinks along each edge. Losses and gains occur within the plate area by cooling (evaporation) and local heating (rainfall). The transmission properties of the plate are largely unknown and must be inferred from observation. In constructing the model the laws of conservation of energy and mass form the basis of the equations employed but difficulty has been experienced in estimating the transmissibility in those cases where water levels change rapidly, thus introducing a non-linear component. Work is proceeding on this problem and there is a good chance that the parameters can be selected using some optimisation techniques that have appeared in recent literature. The problem of finding a set of coefficients for a set of non-linear differential equations has been of great interest in the chemical engineering industry : The source of this literature.

Time did not permit a full discussion of the formulated equations but it is hoped that at the conclusion of the project this model and others will be made available to other interested workers.

## CHAPITRE 7

### COMMENTAIRES DE M. J. BERNIER A PROPOS DE LA REUNION SUR LES PROBLEMES HYDROLOGIQUES POSES DANS LES PROJETS F.A.O.

Mon propos est de résumer brièvement les réflexions que m'ont suggérées les divers exposés présentés au cours de la réunion et des discussions qui ont suivi. Les échanges d'information ont été particulièrement valables, efficaces et complets par la diversité des sujets abordés.

#### 7.1 - Remarques générales

1) Les exposés ont illustré la diversité des problèmes qui se posent dans le cadre des Projets et la diversité des types d'information disponible (séries longues, courtes ou très courtes ou absence quasi complète d'observations). Ceci a une implication importante au niveau du choix de méthodes de résolution des problèmes. Il faut insister en effet sur les interactions étroites entre les trois éléments essentiels des travaux effectués dans les Projets.

- a - l'information hydrométéorologique disponible avec ses limitations,
- b - les modèles mathématiques (probabilistes ou déterministes) qui permettent la mobilisation de cette information,
- c - les problèmes économiques posés dont la solution a une précision qui dépend à la fois de l'information et des modèles.

Or la plupart des méthodologies classiques, décrites dans la littérature scientifique, ne sont pas développées en fonction de l'information disponible; à l'inverse on recherche généralement l'information permettant de les illustrer. C'est pourquoi l'application de ces méthodologies aux problèmes FAO doit demander une adaptation sinon une refonte complète. Ces considérations doivent être prises en compte si l'on veut établir un guide méthodologique utile. Dans l'état actuel des choses il me semble possible d'élaborer rapidement un manuel de principes généraux de la modélisation probabiliste par exemple mais un guide précis doit être établi sur la base d'un examen complet des problèmes qui se posent dans les Projets. Un répertoire de ces problèmes et des méthodes de résolution utilisées devrait être constitué avant même l'élaboration du guide.

2) L'élaboration de la structure et l'estimation de tout modèle (déterministe ou stochastique) fait intervenir d'une part une information quantitative (disons objective) disponible sur le terrain, d'autre part les idées a priori doivent certes s'effacer devant l'information quantitative si celle-ci est assez abondante pour avoir un grand poids mais la part des idées a priori augmente avec la diminution de l'information quantitative. L'adoption des modèles aux cas particuliers est donc affaire de pondération entre ces deux types d'information. La méthodologie appliquée au Projet du Liban-Nord est illustrative à cet égard.

3) L'interaction modélisation - information - problème rend particulièrement délicate l'extension des méthodes adoptées à d'autres cas de figure. C'est ainsi que les modèles utilisés pour le cas du Liban-Nord me semblent difficile à généraliser ou ajuster au cas de fleuves dont le débit est non-pérenne ou au cas de l'absence d'une série longue permettant d'augmenter la précision des estimations.

4) L'intervention des consultants doit tenir compte de l'environnement matériel et humain du Projet sur le plan local. Il peut proposer une méthodologie et même un programme mis au point ailleurs. Cependant l'efficacité de cette intervention est améliorée si cette méthodologie est assimilée et appliquée sur place avec les moyens disponibles ce qui nécessite une adaptation de la méthodologie à l'environnement. L'utilisation de méthodes trop sophistiquées peut être inefficace.

5) Il faut noter le poids des avis donnés par les consultants et l'influence que leur personnalité peut avoir sur les enseignements tirés de ces discussions. Le cas de la comparaison des modèles déterministes et stochastiques est significatif à cet égard. M. O'Donnell est très nuancé dans son appréciation de l'efficacité des modèles déterministes pour les problèmes posés aux Projets FAO. Je le rejoins volontiers. Aux arguments développés ailleurs j'ajouterai que l'estimation des multiples paramètres des modèles déterministes est basée sur des principes très différents de ceux justifiant l'estimation statistique qui recherche la concornation des propriétés probabilistes des observations.

Une comparaison des résultats des deux types de modèles peut être alors fallacieuse quant à la possibilité d'estimer ces modèles déterministes sur de très courtes séries concomitantes de pluies et de débit, on peut remarquer que le grand nombre de paramètres décrivant généralement ces modèles et devant être ajustés sur les observations, ne met pas le modèle déterministe dans une position plus avantageuse que les modèles stochastiques. Il reste à leur avantage la possibilité d'incorporer plus facilement des connaissances a priori de l'hydrologue.

Cependant d'autres hydrologues appelés en consultation pourraient avoir une opinion beaucoup plus tranchée dans un sens ou dans l'autre. Ce n'est pas une affaire de compétence plus ou moins grande mais de subjectivité fonction d'expériences personnelles vécues dans ce domaine de l'hydrologie où la diversité des phénomènes en jeu dans les comportements des bassins versant ne permet pas de dégager une philosophie complètement définie dans l'état actuel des choses.

## 7.2 - Remarque sur les exposés des experts FAO

### a) Exposé de M. Visser :

Une remarque concernant la génération des séries de débits ou de pluies: une expression souvent utilisée (non par M. Visser), est celle de reconstruction de séries longues à partir de séries courtes. Ceci est fallacieux car on semble impliquer au moins implicitement un accroissement d'information. Or l'information est limitée et reste limitée quelle que soit la méthode utilisée, aux observations disponibles. Le procédé de génération n'est qu'un moyen de calcul permettant d'obtenir

numériquement un résultat, la probabilité de défaillance d'un réservoir par exemple, qu'on ne peut pas atteindre par une formule mathématique.

b) Exposé de M. Trac :

La méthode d'utilisation et d'intégration de la méthodologie d'étude hydrologique des eaux de surface proposée par les consultants a été différente de la méthode suivie au Liban avec, semble-t-il, une participation plus active des experts sur le terrain dans le dernier cas. Une comparaison des résultats de ces deux approches pourrait être instructive.

c) Exposé de M. Samuelson :

Cet exposé est très significatif d'une adaptation très ingénieuse et réussie des méthodes de la statistique mathématique aux aspects particuliers des Projets de Chypre et de Crête. La considération de la notion de coïncidence des jours de pluie pour estimer des données manquantes apparaît très intéressante et mériterait d'être développée. Notons que la formule de régression utilisée pour "reconstituer" des données manquantes de pluie :  $y = A + Bx + K.S_y$  peut entraîner une inconséquence. En effet l'écart résiduel K est pris ici comme gaussien. Ceci impose une certaine propriété à la loi de probabilité y qui peut être incompatible avec l'utilisation des lois ajustées comme la loi de Pearson. (Notons que Fiering a proposé une forme particulière de la loi de probabilité de K compatible avec les distributions de Pearson).

La méthode classique d'étude des événements extrêmes appliquée par Jenkinson en météorologie est un outil très utile. L'hypothèse avancée pour une loi différente applicable aux événements rares paraît difficile à vérifier et la méthode de Jenkinson surtout celle applicable aux séries courtes (entre 10 et 20 ans), m'apparaît très sujette à caution car elle n'est qu'une manipulation mathématique sur un nombre d'observations très réduit. L'utilisation du type III (loi limitée supérieurement) pose le problème de l'estimation de la limite supérieure qu'on peut concevoir théoriquement mais difficile à évaluer numériquement. Les lois dont le domaine de variation n'est pas limité supérieurement permettent d'éviter cette difficulté en affectant aux événements improbables, quasi impossible, des probabilités d'occurrence très faible à l'échelle humaine.

La méthode de Jenkinson, comme celle de Gumbel, utilise la seule information constituée par les extrêmes annuels donc 1 observation par an. Cette procédure utilise donc une information réduite et les ajustements effectués perdent toute précision, et sont donc inutilisables, pour des séries dont la longueur ne dépasse pas 10 ans par exemple. L'utilisation d'une méthode d'efficacité optimale pour ce type d'information est certes intéressante, mais il semble qu'un gain de précision notable pour les estimations des probabilités des événements extrêmes ne puisse être obtenu qu'en augmentant l'information de base. Or la méthode classique de Jenkinson et Gumbel néglige une part importante de l'information généralement disponible, celle constituée pour la chronologie des crues importantes (dépassant par exemple un niveau donné) au cours de l'année et dont l'extrême annuel constitue le maximum. Par une sélection convenable de ces crues on peut augmenter la quantité d'information d'une période d'observation donnée

et ainsi améliorer la précision des estimations même dans le cas des séries courtes. Une telle méthodologie a été appliquée à l'étude des crues du Liban Nord \*.

Reply Mr. Samuelson : the arguments by Jenkinson for two different frequency distributions applicable to hydrometeorological extreme values, one for the less rare events and one for the low probability (< 37 %) events, may not be very convincing when considered only in mathematical terms, but they do have a physical basis. The fact is that these events are connected with either of two different kinds of meteorological situations, those situations which are created by a general atmospheric circulation pattern which is "normal" for the area under consideration, and those situations which are experienced during periods of extremely high or low index circulation, blocking, or other deviations from the "normal" circulation pattern. These rare events may occur only once every five years or even less frequently; exactly how often we do not know in the absence of any statistical interpretation of general circulation characteristics. Such a statistical study should be undertaken because not until then will it be possible to understand fully the mechanisms behind the extreme hydrometeorological events.

I agree with Mr. Bernier's comment that a "partial series" (taking all events greater than a certain threshold value) includes information that is neglected in the "annual series" and is preferable when the period of observation is short. I believe the Jenkinson method can be modified to use partial series.

d) Exposé de M. Pike :

Le modèle hydrologique d'un marécage, succinctement décrit et reposant sur une analogie entre le mouvement de l'eau dans le marécage et la diffusion de chaleur à travers une plaque, est très intéressant. Ce modèle est en fait du même type que les modèles hydrologiques déterministes et les problèmes d'estimation se retrouvent posés. Les paramètres doivent être estimés à partir d'une information quantitative à recueillir. Si cette information n'est pas suffisante, on peut se demander si l'analogie permet l'incorporation des idées a priori que peut avoir l'hydrologue sur le comportement du marécage.

(voir remarques sur les modèles déterministes).

---

\* Annexe de ce rapport : "Méthode d'estimation des crues".

ANNEXE

---

Méthode d'estimation des crues applicables aux séries courtes d'observation.

1 - Forme générale

Cette méthode, proposée par M. J. Bernier, ingénieur du Laboratoire National d'Hydraulique de "Electricité de France", a été appliquée aux séries courtes de débit de tous les fleuves du Liban-Nord.

Le processus de la méthode consiste à fixer un seuil de débit  $q_0$  et à ne considérer que les crues dont le débit maximal dépasse le seuil  $q_0$  et les intervalles de temps successifs entre les crues ainsi sélectionnées.

Il importe que les intervalles de temps et les intensités de débits successifs soient indépendants en probabilité. Ceci implique pour le choix du seuil que  $q_0$  soit assez bas pour dégager le maximum d'informations mais assez haut pour que les crues soient indépendantes. Il faut souligner l'importance du choix de  $q_0$  et son influence sur le résultat de l'ajustement. L'hydrologue doit effectuer ce choix avec toutes les précautions que doit lui suggérer son expérience du bassin étudié et de l'information quantitative disponible.

On suppose que le nombre de crues dépassant le seuil  $q_0$  apparues au cours de l'intervalle de temps suive un processus de Poisson :

$$P_t(r) = e^{-\mu_p} \frac{\mu_p^r}{r!} \quad (5)$$

où

$\mu_p$  est le nombre moyen annuel des crues dépassant le seuil  $q_0$  choisi

et que chaque crue est distribuée selon une loi exponentielle dont la fonction de répartition est :

$$K(q) = 1 - e^{-\rho(q-q_0)} \quad (6)$$

On obtient :

$$K_t(q) = e^{-\mu_p} e^{-\rho(q-q_0)} = e^{-\rho(q-u)} \quad (7)$$

où

$$u = q_0 + \frac{1}{\rho} \log_e \mu_p \quad (8)$$

et

$$\rho = \frac{1}{\mu_q - q_0}$$

$\mu_q$  étant la moyenne des valeurs de crues égales ou supérieures au seuil  $q_0$  de la population.

Les paramètres  $\mu_q$  et  $\mu_p$  sont estimés par les moyennes respectives de l'échantillon disponible.

REMARQUE

On vérifie préalablement la validité de la relation (6) en procédant de la manière suivante :

La relation (6) s'écrit aussi :

$$- \rho (q - q_0) = \ln (1 - K) \quad (6')$$

On reporte sur papier semi-logarithmique les valeurs de  $(q - q_0)$  sur l'échelle linéaire et  $(1 - K)$  sur l'échelle logarithmique. La relation (6) est vérifiée si la courbe obtenue est une droite. La pente de cette droite est représentée par  $\rho$ .

2 - Intervalle de confiance

L'intervalle de confiance à différents niveaux de probabilité est donné par les formules suivantes :

$$\begin{aligned} - 1 \leq (U - 1) \sqrt{\frac{n}{n-1}} &\leq 1 && \text{à } 67 \% \\ - 1,6 \leq (U - 1) \sqrt{\frac{n}{n-1}} &\leq 1,6 && \text{à } 90 \% \\ - 2 \leq (U - 1) \sqrt{\frac{n}{n-1}} &\leq 2 && \text{à } 95 \% \end{aligned} \quad (9)$$

U étant la variable réduite  $u = \rho (\bar{q} - q_0)$   
 $\bar{q}$  est la moyenne des débits de l'échantillon.

Si on remplace U par sa valeur dans (9), on obtient, pour 95 % :

$$\frac{\sqrt{n} - 2}{\sqrt{n}(\bar{q} - q_0)} \leq \rho \leq \frac{\sqrt{n} + 2}{\sqrt{n}(\bar{q} - q_0)} \quad (10)$$

où  $\bar{\rho}_1 \leq \rho \leq \bar{\rho}_2$

où  $\bar{\rho}_1$  et  $\bar{\rho}_2$  sont les pentes des droites limites supérieures et inférieures de l'intervalle de confiance à 95 %. On calcule ensuite  $u_1$  et  $u_2$  par la relation (8).

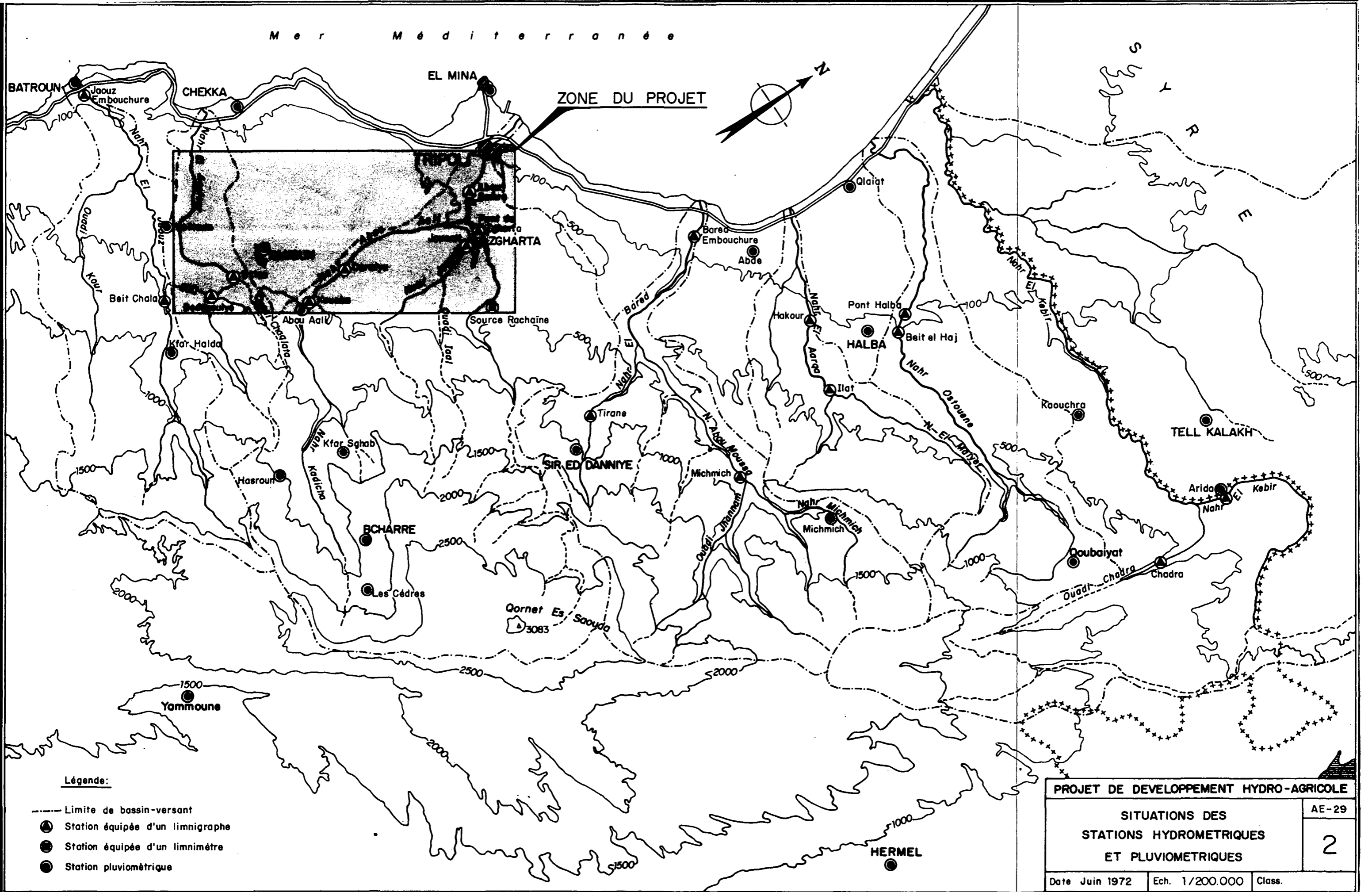
Ces limites sont fonction des observations de l'échantillon.

On note que le calcul d'intervalle de confiance est effectué sur  $\rho$  uniquement et non pas sur  $\mu_p$ . Un tel calcul pourrait être fait sur  $\mu_p$ . Cependant la précision du résultat final est beaucoup plus sensible aux variations de  $\rho$  (qui définit la pente de la droite de Gumbel ou de la courbe de Frechet) qu'aux variations de  $\mu_p$ . L'essentiel de l'amplitude des intervalles de confiance sur le débit de crue est donc pris en compte par l'intervalle de confiance sur  $\rho$ . C'est d'ailleurs un avantage de cette méthode de permettre l'utilisation d'informations plus abondantes sur les débits de crue dépassant le seuil fixé, permettant ainsi une meilleure précision sur la pente de la droite de Gumbel.

./.



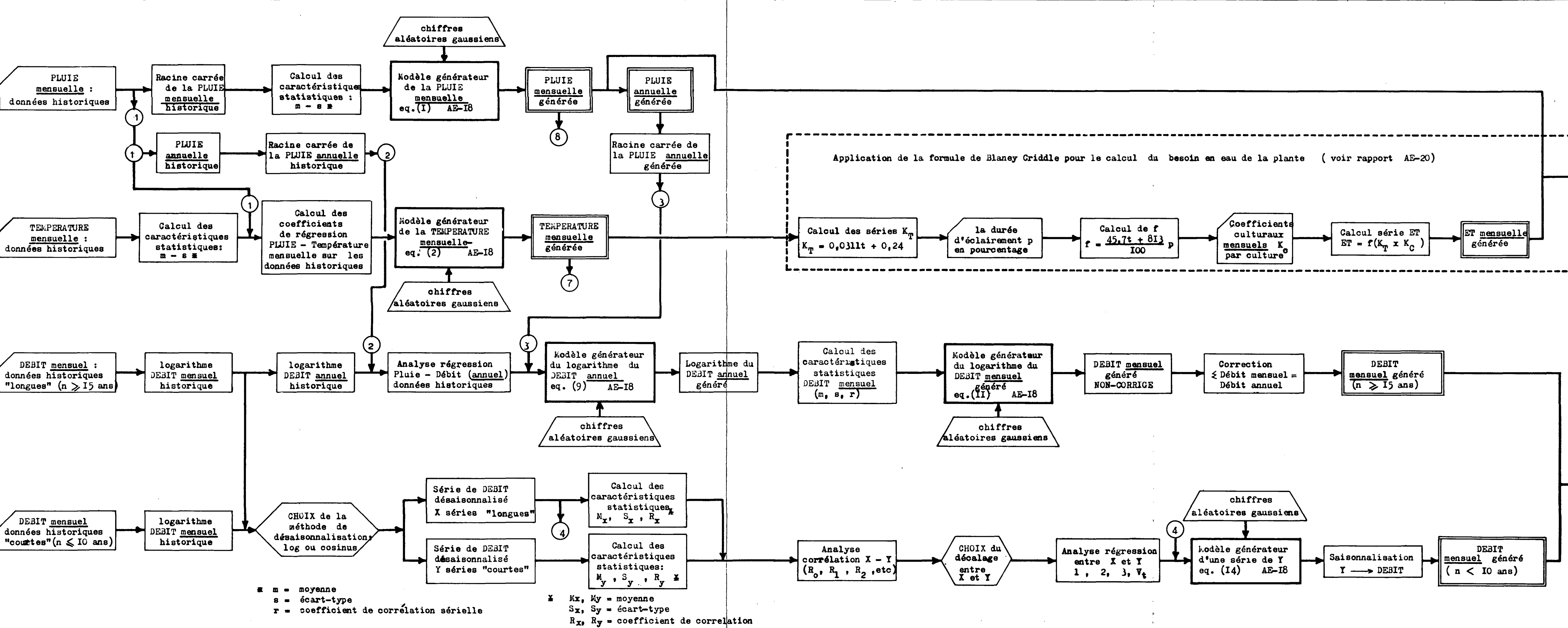




Légende:

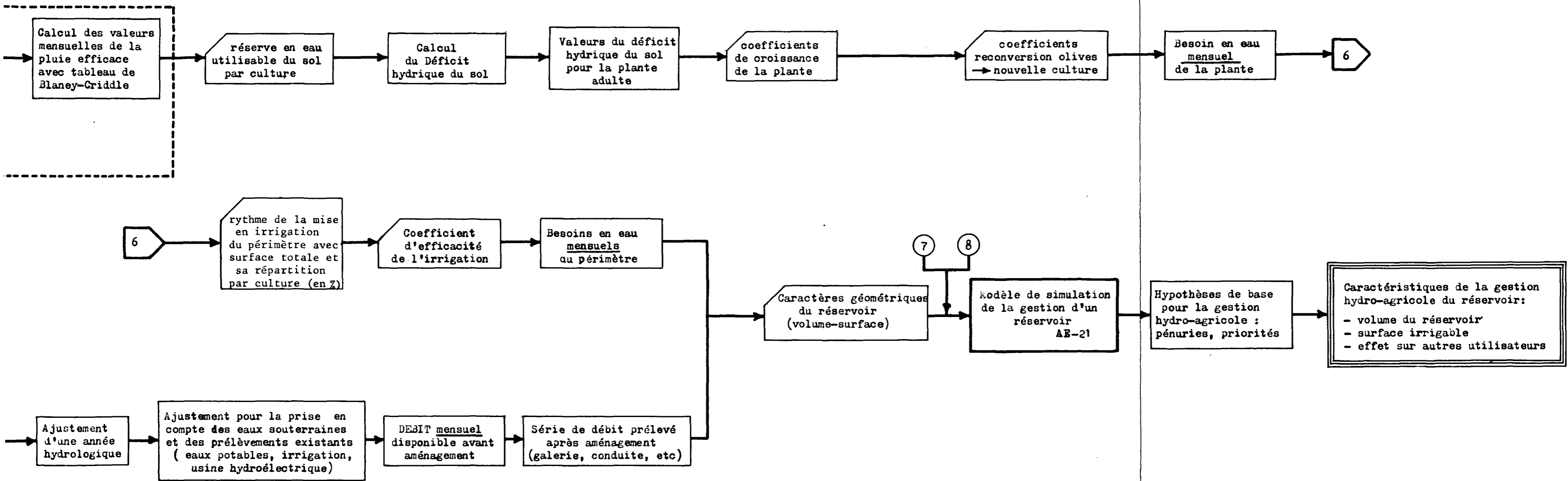
- Limite de bassin-versant
- Station équipée d'un limnigraphe
- Station équipée d'un limnimètre
- Station pluviométrique

PROJET DE DEVELOPPEMENT HYDRO-AGRICOLE		
SITUATIONS DES STATIONS HYDROMETRIQUES ET PLUVIOMETRIQUES		AE-29
		2
Date Juin 1972	Ech. 1/200.000	Class.

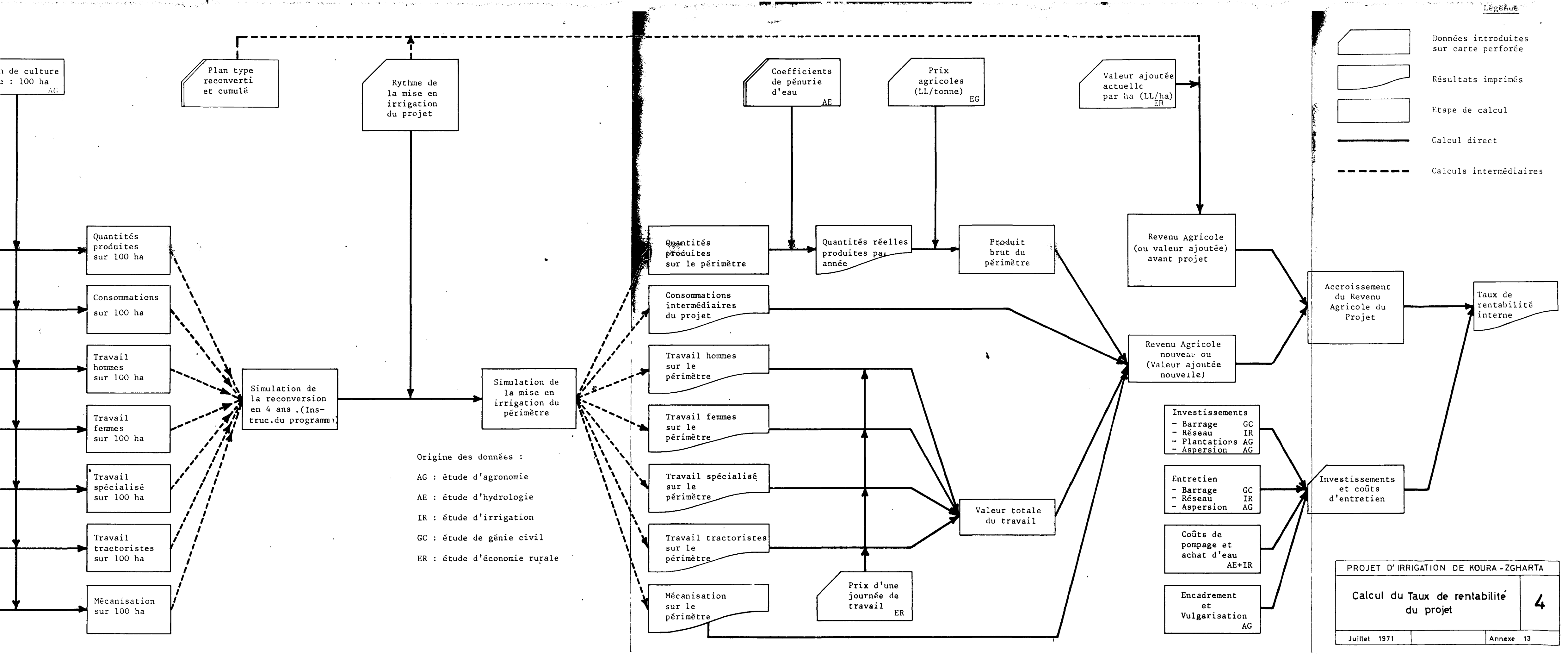


$\bar{x}$  = moyenne  
 $s$  = écart-type  
 $r$  = coefficient de corrélation sérielle

$\bar{M}_x, \bar{M}_y$  = moyenne  
 $S_x, S_y$  = écart-type  
 $R_x, R_y$  = coefficient de corrélation



② : Transfert de données  
 eq (II) AE-18 : équation II du rapport AE-18



Plan de culture  
sur 100 ha  
AG

Plan type  
reconverti  
et cumulé

Rythme de  
la mise en  
irrigation  
du projet

Coefficients  
de pénurie  
d'eau  
AE

Prix  
agricoles  
(LL/tonne)  
EG

Valeur ajoutée  
actuelle  
par ha (LL/ha)  
ER

Quantités  
produites  
sur 100 ha

Consommations  
sur 100 ha

Travail  
hommes  
sur 100 ha

Travail  
femmes  
sur 100 ha

Travail  
spécialisé  
sur 100 ha

Travail  
tractaristes  
sur 100 ha

Mécanisation  
sur 100 ha

Simulation de  
la reconversion  
en 4 ans (Ins-  
truc. du programme)

Simulation de  
la mise en  
irrigation du  
périmètre

Quantités  
produites  
sur le périmètre

Quantités réelles  
produites par  
année

Produit  
brut du  
périmètre

Consommations  
intermédiaires  
du projet

Travail hommes  
sur le  
périmètre

Travail femmes  
sur le  
périmètre

Travail spécialisé  
sur le  
périmètre

Travail tractoristes  
sur le  
périmètre

Mécanisation  
sur le  
périmètre

Prix d'une  
journée de  
travail  
ER

Valeur totale  
du travail

Revenu Agricole  
(ou valeur ajoutée)  
avant projet

Revenu Agricole  
nouveau ou  
(Valeur ajoutée  
nouvelle)

Investissements  
- Barrage GC  
- Réseau IR  
- Plantations AG  
- Aspersions AG

Entretien  
- Barrage GC  
- Réseau IR  
- Aspersions AG

Coûts de  
pompage et  
achat d'eau  
AE+IR

Encadrement  
et  
Vulgarisation  
AG

Accroissement  
du Revenu  
Agricole du  
Projet

Investissements  
et coûts  
d'entretien

Taux de  
rentabilité  
interne

- Légende**
- Données introduites sur carte perforée
  - Résultats imprimés
  - Etape de calcul
  - Calcul direct
  - Calculs intermédiaires